PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

Nr. 4 — 15. Februar 1931 — Redaktionsschluß für Nr. 6 am 1. März 1931. — 32. Jahrgang

INHALT:

Originalmitteilungen:

E. Marx und A. E. H. Meyer, Theorie des Rückgang-Effektes des Grenzpotentials bei Zustrahlung geringerer Frequenz des einfallenden Lichtes. S. 153.

W. Kluge und E. Rupp, Über lichtelektrische Wirkung und Elektronenbeugung an hydrierten Kaliumoberflächen. S. 163.

W. Kossel, Über gekoppelte Oszillatoren. S. 172.

H. O. Kneser, Über die Schallgeschwindigkeit in Kohlensäure. S. 179.

E. Nähring, Nachtrag zu meinem zusammenfassenden Bericht über die Dispersion der Röntgenstrahlen. (Physik. Zeitschr. **31**, 401—418, 1930.) S. 179.

Vorträge von der 12. Tagung des Gauvereins Thüringen-Sachsen-Schlesien der Deutschen Physikalischen Gesellschaft am 6. und 7. Januar 1931 in Dresden.

K. Larché, Die optischen Anregungsfunktionen der Kadmium- und Zinklinien. S. 180.

K. Diebner, Über die Kolonnenionisation einzelner α-Strahlen. S. 181.

E. Weichelt, Funkenspannung und Funkenkonstante in Wasserdampf. S. 182.

M. Wien, Bericht über Hochfrequenzarbeiten. S. 183.

R. Fürth, Neue Resultate über Dielektrizitätskonstanten von Elektrolytlösungen. (Nach Messungen von A. Slama und O. Milička (Prag) mit der Ellipsoidmethode.) S. 184.

K. Scharf, Der Faraday-Effekt in Flüssigkeitsgemischen. S. 187.

A. Smekal, Festigkeit bewässerter Salzkristalle. S. 187.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Theorie des Rückgang-Effektes des Grenzpotentials bei Zustrahlung geringerer Frequenz des einfallenden Lichtes.

Von Erich Marx und A. E. Herbert Meyer.

§ 1. Grundlagen der Problemstellung.

Wie in den „Naturwissenschaften“[1]) berichtet, fand der eine von uns einen neuen lichtelektrischen Effekt, der darin besteht, daß das Grenzpotential, welches mit Hilfe der Gegenpotentialmethode gemessen wird, einen Rückgang aufweist, sobald eine niederere Frequenz des einfallenden Lichtes bei der Elektronenbefreiung mitwirkt. Dieser Effekt wurde in der Folge eingehend von uns untersucht[2]). Hierbei ergab sich, daß der Rückgang des Grenzpotentials bestimmt wird durch die Gleichung:

$$R = c \frac{b n_2}{n_1 + b n_2} (\nu_1 - \nu_2) \frac{\nu_1}{\nu_2} \frac{h}{e}, \qquad (1)$$

oder für kleine $b n_2$ gegen n_1

$$R = c' n_2 / n_1 (\nu_1 - \nu_2) \nu_1 / \nu_2 \, h/e .$$

Hier bedeutet:

R den Rückgang des Grenzpotentials,

n_1, n_2 die Zahl der durch Einstrahlung freigemachten Elektronen, wenn die eingestrahlte Frequenz ν_1 bzw. ν_2 ist;

h ist die Plancksche Konstante,

e die Elementarladung,

b ist ein echter Bruch, welcher einzuführen ist, um den verringerten Elektronenaustritt bei einem Gegenfeld, welches das Grenzpotential überschreitet, zu berücksichtigen.

Den Frequenzen ν_1 und ν_2 entsprechen bei jeweils alleiniger Einstrahlung die Grenzpotentiale V_1 bzw. V_2.

Da V_1, wie weiter unten gezeigt wird, Einheitsmaßstab und hiermit Apparatkonstante ist, so läßt sich V_1 in die Konstante der Rückgangsgleichung hineinbeziehen, so daß in diesem Fall die Gleichung lautet:

$$R = c'' \frac{\nu_1 - \nu_2}{\nu_2} \frac{b n_2}{n_1 + b n_2} .$$

[1]) Erich Marx, Naturwissenschaften **17**, 806 bis 807, 1929.

[2]) Erich Marx und A. E. H. Meyer, Physik. Zeitschr. **31**, 352—356, 1930. The Physical Review II, 35, 1059, 1930; ferner die demnächst erscheinende Dissertation von A. E. Herbert Meyer.

Wir zeigten[1]), daß die Austrittsarbeit bei monochromatischem Licht bei Erreichung des Grenzpotentiales unabhängig von Frequenz und Intensität des Lichtes ist, eine Änderung der Austrittsarbeit also im Gegenfeld nur nachweisbar ist, bei gleichzeitiger Wirkung von zwei und mehr Frequenzen.

Eine Angabe des zugrundezulegenden Erklärungsprinzips ist bereits in unseren früheren Veröffentlichungen enthalten. Es beruht im wesentlichen darin, daß die kinetische Energie des Elektrons, die durch die Einsteinsche Gleichung

$$h\nu - P = \varepsilon V$$

gegeben ist, im Falle einer Raumladung, die das Elektron zu durchsetzen hat, gegeben ist durch

$$h\nu - (P + \Delta A) = \varepsilon V.$$

ΔA ist dann die Arbeit, die bei der Überwindung der Raumladung vom Elektron zu leisten ist.

Wir entwickeln jetzt die Theorie, welche zu den von uns erhaltenen Gesetzmäßigkeiten führt. Im folgenden wird gezeigt,

I. Daß jede Raumladung eine Vergrößerung der Austrittsarbeit erzeugen muß: das gemessene Grenzpotential V muß sich also stets bei vorhandener Raumladung kleiner ergeben als bei fehlender.

II. Daß die Austrittsarbeit bei Grenzpotential bei Messung im gleichen Apparate sich unabhängig ergibt von der Frequenz und der Intensität des erzeugenden Lichtes, solange nur eine einzige Frequenz einstrahlt. Der Gang des Grenzpotentials bei variierter monochromatischer Frequenz ist demnach keine Funktion der Raumladung im Apparat.

III. Daß dagegen bei Zustrahlung einer zweiten Frequenz eine Zusatzraumladung entsteht, welche die Austrittsarbeit um den Betrag vergrößert, der durch die obige Beziehung (1) des Rückganges des Grenzpotentials von uns empirisch gefunden wurde.

IV. Daß die Kathodenstrahlen, wie es die Formulierung der folgenden Theorie annimmt, eine im Gegenfeld an der Kathode entstehende Doppelschicht durchdringen müssen und hierbei nur Kräfte auf das Elektron einwirken, die reversible Umwandlung von kinetischer in potentielle Elektronen-Energie bedingen.

§ 2. Raumladung und Austrittsarbeit.

In der nachstehenden Figur bezeichnet die Vertikale die Grenze zwischen bestrahlter Metallschicht und Hochvakuum. Als Ordinate ist die Größe der Raumladung in Abhängigkeit von der x-Achse aufgezeichnet. Die Ladung des Elektrons sei $-e$. Die Richtung des Feldes ist der

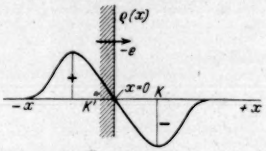


Fig. 1. Schematischer Verlauf der Raumladung.

Geschwindigkeit entgegen gerichtet; das Feld $\mathfrak{E} = -\frac{dV}{dx}$. Dann ist die Austrittsarbeit A gegeben durch

$$dA = e\mathfrak{E}\,dx = -e\frac{dV}{dx}\,dx,$$

oder integriert

$$A = -e\int_{x=-\infty}^{x=+\infty} dx\,\frac{dV}{dx}.$$

Ist Raumladung vorhanden, so ist

$$\frac{dV}{dx} = \int_{x=-\infty}^{x=x} \frac{d^2V}{dx^2}\,dx,$$

die Raumladungsgleichung

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -4\pi\varrho \qquad \text{ergibt} \qquad \frac{dV}{dx} = -4\pi\int_{x=-\infty}^{x=x} \varrho\,dx.$$

Demnach wird die Größe der Arbeitsleistung des einzelnen Elektrons bei vorhandener Raumladung gegeben durch

$$A = 4\pi e\int_{x=-\infty}^{x=+\infty} dx \int_{x=-\infty}^{x=x} \varrho\,dx, \qquad (1) \qquad (2)$$

Man sieht also aus (2) direkt, daß:

(1) die Austrittsarbeit mit zunehmender Raumladung ϱ zunimmt.

Wir zeigen hier, daß wir unsere Experimente erklären können, aus diesem rein potentialtheoretischen Ansatz ohne Hinzunahme von Kräften, welche in einer Abgabe von kinetischer Energie, an die Raumladungswolke bestehen oder anderen irreversiblen Vorgängen. Es bleibt also in der folgenden Theorie stets die Summe aus potentieller und kinetischer Energie des Elektrons konstant. Kehrt das Elektron zurück zur

1) Seite 153, Fußnote 2.

Ausgangselektrode, so hat es an der Stelle der Umkehr die gleiche potentielle Energie wie im Falle der fehlenden Raumladung. Daß das Gegenfeld, welches erforderlich ist, um ein Abfließen der schnellsten Elektronen über die Gegenelektrode zu verhindern, bei vorhandener Raumladung kleiner ist, als bei fehlender Raumladung, hat seinen Grund in der Doppelschicht, deren Überwindung einen gleichartigen Arbeitsaufwand erfordert und ihrem Wesen nach übereinstimmt mit der Überwindung des Kontaktpotentials P in der Einsteinschen Gleichung. (Vergl. hierzu auch § 6.)

Nun ist die Abhängigkeit der Raumladung ϱ vom Abstand der Elektrode x nicht direkt gemessen. $\varrho = f(x)$ muß jedoch zur Auswertung des Integrals bekannt sein.

Wenn aber hier auch eine direkte Messung fehlt, so ist doch die Abhängigkeit der Verteilung der Voltgeschwindigkeiten der durch das Licht befreiten Elektronen außerhalb des Metalles durch die Arbeiten von Ramsauer[1]) und anderen bekannt. Ramsauer zeigte mit der magnetischen Ablenkungsmethode, daß die Voltgeschwindigkeitsverteilung für alle Frequenzen sich bei den untersuchten festen Metallen zur Deckung bringen läßt, wenn die maximale Ausbeute an Elektronen und entweder die häufigste oder die maximale Voltgeschwindigkeit gleich 1 gesetzt wird. Dieses Ergebnis wurde durch die Arbeit mit radialem Gegenfeld von Lukirsky und Prilezaev[2]) in bezug auf die Verteilung der Voltgeschwindigkeiten bei Änderung der Frequenzeinstrahlung und konstantem Metall voll bestätigt.

Eine empirische Formel, die für alle Frequenzen und die von Ramsauer untersuchten Materialien die Abhängigkeit der freigemachten Elektronenmengen y von der Voltgeschwindigkeit x aufweist, ist von Gehrcke[3]) angegeben worden. Die Formel lautet

$$y = a\,x^2 (e^{x^2} - 1)^{-1}. \qquad (3)$$

Die Konstante a ergab sich bei Ramsauer zu 0·50. Die Kurve ist mit den eingetragenen Beobachtungen in Fig. 2 wiedergegeben. d kann als mittlere Breite bezeichnet werden.

Nun ist klar, daß im Apparat zur Feststellung des Grenzpotentiales mit der Methode des Gegenpotentiales die Verteilung der Raumladung längs der x-Achse im wesentlichen dieselbe ist, wie die Verteilung der freigemachten Elektronen auf die Voltgeschwindigkeiten. Denn da die Elektronen an den Stellen die Geschwindigkeit o erhalten, an

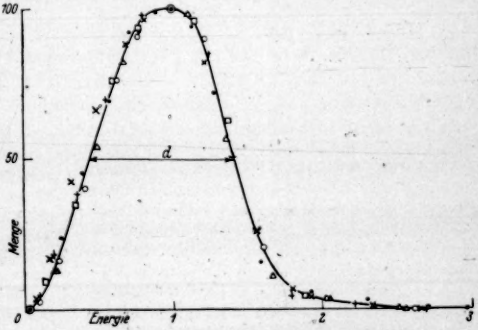


Fig. 2. Ramsauer-Verteilungs-Kurve.

welchen ihre Voltgeschwindigkeit kompensiert ist, so muß die Verteilung der Ruhepunkte der Elektronen längs der Voltgeschwindigkeits-Achse mit der Verteilung der Raumladungen längs der Abstandsachse im wesentlichen übereinstimmen. Bezeichnet demnach x die Umkehrpunkte der Elektronen, k die Lage des Maximums der Voltgeschwindigkeitsverteilungskurve, so stellt k mit großer Annäherung nicht nur die Lage des Maximums der Verteilung auf die verschiedenen Voltgeschwindigkeiten, sondern auch gleichzeitig die der räumlichen Verteilung der Raumladung zwischen den Elektroden dar, natürlich unter der Voraussetzung, daß die Raumladung selbst nicht eine Annäherung gleicher Verteilung wie bei linearem Felde verhindert. Da also k stets der gleiche Bruchteil des Grenzpotentials ist, so wird

$$c_0 V_i = k, \qquad (3a)$$

wenn V_i ein beliebiges Grenzpotential, c_0 eine universelle Konstante für alle Frequenzen ist. Demnach wird die Abhängigkeit der Verteilung der Raumladung von der x-Achse für irgend eine Frequenz monochromatischen Lichtes außerhalb des Metalles gegeben durch die Gleichung

$$\varrho = f(x) = a\left(\frac{x}{k}\right)^4 \left(e^{\frac{x^2}{k^2}} - 1\right)^{-1}, \qquad (4)$$

wo a die Dimension der Raumladung hat. ($a < o$.) Durch Einführung der Größe $\frac{x}{k}$ an Stelle

1) C. Ramsauer, Ann. d. Phys. **45**, 961, 1914.
2) Lukirsky u. Prilezaev, Zeitschr. f. Phys. **49**, 236, 1928.
3) E. Gehrcke, Verh. d. D. Phys. Ges. **16**, 910, 1914.

von x wird dem jeweilig in Betracht kommenden Grenzpotential stets der Wert 1 zugeteilt. Dem entspricht der Umstand, daß bei unserer Anordnung $\frac{x}{k}$ unabhängig von dem jeweiligen Grenzpotential V_i ist. Für die Lage des Maximums ergibt sich, wenn wir

$$\frac{x^2}{k^2} = y$$

setzen

$$1 = e^{2y_0}(1 - y_0),$$

wo $x = k\sqrt{y_0}$ ist und y_0 die aus der transzendenten Gleichung zu bestimmende absolute Konstante ist.

Im Innern des Metalles ist nach bisheriger Kenntnis die Geschwindigkeitsverteilung nahezu die gleiche wie im Außenraum. Im Innern korrespondiert aber die räumliche Anordnung der Geschwindigkeit nicht mit der äußeren. Außen ist mit zunehmendem Abstand die Zahl der Elektronen pro cm³ alleinige Funktion der maximalen Geschwindigkeit, innen ist diese Anordnung vom Abstand nicht erfüllt. Wohl aber gelangen auch hier die Elektronen, die durch das absorbierte Licht freigemacht sind, aus einer Schicht, welche tiefer liegt als die im Metall influenzierte positive Raumladung (vgl. § 6). Da nun die Rechnung ergibt, daß die Lage des Maximums dieser inneren Raumladung keinen Einfluß auf das Resultat der Arbeitsleistung des Elektrons hat (vgl. § 6a), ist es für die Rechnung zulässig und bequem, für die innere Verteilung der Raumladung vom Abstand die analoge Beziehung anzunehmen, wie für die äußere, natürlich mit veränderten Konstanten. Wir setzen demnach:

$$\varrho' = f(-x) = a'\left(\frac{x}{k'}\right)^4\left(e^{\frac{2x^2}{k'^2}} - 1\right)^{-1}_{a'>0} \qquad (4a)$$

k' ist die Lage des Maximums auf der negativen x-Achse. Demnach wird die Arbeit, die ein Elektron beim Durchtritt durch die Raumladung zu leisten hat, gegeben durch

$$A = 4\pi\left\{a'\int_{x=-\infty}^{x=0} dx\cdot x\left(\frac{x}{k'}\right)^4\left(e^{\frac{2x^2}{k'^2}} - 1\right)^{-1} dx + a\int_{x=0}^{x=+\infty} dx\, x\left(\frac{x}{k}\right)^4\left(e^{\frac{2x^2}{k^2}} - 1\right)^{-1} dx\right\}.$$

Die Integration der Gleichung wird im Paragraphen 5 ausgeführt, und zwar nach einer Methode, die ich der freundlichen Mitarbeit meines Kollegen, des Mathematikers Professor Schnee verdanke. Diese Integration führt zu dem Ergebnis

$$A = 4\pi e c_0 a k(k + k'), \qquad (5)$$

wo c_0 eine absolute Konstante ist. Die Austrittsarbeit steigt demnach der Raumladung a proportional an. Da k' gegen k zu vernachlässigen ist, ist die Austrittsarbeit unabhängig von der Lage des Maximums im Metall und alleinige Funktion der Lage des äußeren Maximums.

§ 3. Unabhängigkeit der Austrittsarbeit gegen die Raumladung von Intensität und Frequenz bei monochromatischem Licht.

Wird, wie bei unserer Anordnung die bestrahlte Elektrode auf Erdpotential gehalten, so wird die sich im Außenraum ausbildende Raumladung eine entsprechende Raumladung von entgegengesetztem Vorzeichen auf der bestrahlten, auf Erdpotential befindlichen Elektrode influenzieren. Diese Influenzierung hängt vom Abstand der äußeren Raumladungswolke von der Oberfläche der Elektrode ab und ist natürlich bei gleicher Raumladung um so größer, je näher diese an der Oberfläche ist. Wir bezeichnen im folgenden die Aufnahmefähigkeit der Anordnung für die so getrennten Elektrizitätsmengen als Influenzierungskapazität. Äußere Raumladung und influenzierte Ladung mit entgegengesetztem Vorzeichen verhalten sich wie ein aufgeladener Kondensator. Die Größe der Influenzierungskapazität hängt ceteris paribus allein vom Abstand der Raumladung von der Metalloberfläche ab. Sie ist bei Einstrahlung monochromatischen Lichtes notwendig unabhängig von der Frequenz, da die Lage des Maximums der äußeren Raumladung der Elektronen an der Stelle liegt, die den gleichen Bruchteil der maximalen Geschwindigkeit (nahe 1/2) ergibt, und die schnellsten Elektronen dicht vor der Gegenelektrode bzw. an der Stelle umkehren, an welcher sie die Spannung durchlaufen haben, die ihrem Grenzpotential entspricht. Gerade wegen dieses Umstandes korrespondiert die Darstellung der Ramsauerschen Beobachtungen unter Zurückführung auf die Einheitsabszisse weitgehendst mit Anordnungen, bei welchen Voltgeschwindigkeitsverteilungen bei variiertem monochromatischen Licht, also variiertem Gegenpotential V_i gemessen werden: dicht vor Erreichung seines Gegenfeldes kehrt jedes Elektron um.

Die Raumladungsdichte ist hierbei nach Erreichung des Grenzpotentiales V_i unabhängig von dessen absoluter Größe. Wäre dies nicht der Fall, so müßte bei Erhöhung der Lichtintensität eine Vergrößerung der Austrittsarbeit eintreten. Nun muß aber bei Zunahme der Elementarakte der

Elektronenbefreiung durch Einstrahlung monochromatischen Lichtes sich ein Gleichgewicht ausbilden, bei dem die Zunahme der Emission durch eine gleiche Zunahme der Neutralisation an der Metallelektrode kompensiert wird. Diese Verhältnisse lassen sich leicht formulieren: Ist C die influenzierte Kapazität, so ist $\varepsilon_0 C V_t$ die im Abstand k (gemessen in Einheiten des maximalen Abstandes) auf der x-Achse konzentriert gedachte Ladung. Der Anstieg dieser Ladung ist offenbar gleich der Zahl der durch das Licht pro sec freigemachten Elektronen, welche in den Abstand k gelangen, vermindert um die aus der Raumladungswolke zur Kathode zurückkehrenden Elektronen. Diese Zahl ist aber der Zahl n der emittierten Elektronen und der Größe der Raumladung selbst proportional zu setzen. Demnach ergibt sich, wenn wir mit V_t die Größe des beliebigen Potentials V_i bezeichnen, welches jeweilig als Einheitsmaß dem Elektrodenabstand zur Zeit t zugeordnet ist, und β den Proportionalitätsfaktor nennen,

$$\frac{d C \varepsilon_0 V_t}{dt} = n\varepsilon - \beta n \cdot C \varepsilon_0 V_t .$$

Das Integral der Gleichung ist:

$$V_t = V_g (1 - e^{-\beta n t}) ,$$

wo V_g das Potential ist, das sich im Gleichgewicht einstellt, und

$$V_g = \frac{\varepsilon}{\beta C \varepsilon_0}$$

ist. Da nun die Größe der influenzierten Kapazität C alleinige Funktion des Abstandes k des Maximums ist, dieser Abstand aber für alle Frequenzen bei Einstrahlung einer einzigen monochromatischen Strahlung der gleiche ist, so folgt aus der Konstanz der rechten Seite der Gleichung nicht nur Unabhängigkeit des Potentials der Raumladung von der Frequenz und der Intensität sondern auch der Raumladung selbst und hiermit:

II. Die Austrittsarbeit bei Einstrahlung von monochromatischem Licht ist unabhängig von Intensität und Frequenz, wenn Grenzpotential erreicht ist. Der Gang des Grenzpotentials bei Variation der Frequenz ist demnach der gleiche, wie ohne Raumladung.

Es wurde ferner von uns gezeigt, daß weitgehendste Änderung der Orientierung der Anode gegenüber der Kathode bzw. gegenüber dem Orte maximaler Raumladung den Effekt nicht ändert. Dadurch ist aber gleichzeitig gezeigt, daß Influenzladungen auf der Anode, wenn sie überhaupt auftreten, verschwindend klein gegenüber den Influenzladungen auf der Kathode sind, also den hier behandelten lichtelektrischen Rückgangs-Effekt nicht beeinträchtigen. Ob in der Röhre, welche den definitiven Messungen diente, auch bei der Aufnahme der h/e-Geraden jede Anodeninfluenzierung vermieden war, läßt sich durch Gegenfeldschaltung nicht feststellen, sondern lediglich durch magnetische Ablenkung. Denn wie gezeigt wurde, ist bei Einstrahlung einer einzigen Frequenz die Lage des Maximums für alle Frequenzen die gleiche.

§ 4. Rückgang bei Zustrahlung niederer Frequenz.

Wir behandeln jetzt den Fall der Zustrahlung einer zweiten Frequenz gleichzeitig mit der Einstrahlung der höheren. Diese Zustrahlung würde, wenn hiermit nur eine Intensitätsvergrößerung verbunden wäre, nach § 3 die Ladung der Elektrode und hiermit auch die äußere Raumladung nicht vergrößern. Denn die Erhöhung der Intensität des Lichtes bei Einstrahlung nur einer Frequenz vergrößert bei erreichtem Grenzpotential die Raumladung nicht. Die Verhältnisse werden aber bei Zustrahlung der zweiten Frequenz völlig andere: durch die Einstrahlung des Lichtes niederer Frequenz wird die influenzierte Kapazität der Elektrode notwendig vergrößert. Denn der Schwerpunkt der Raumladung, die durch die Zustrahlung einer zweiten, niederen Frequenz bedingt ist, rückt näher an die Elektrode heran, wenn gleichzeitig an der Gegenelektrode die Kompensationsspannung der höheren Frequenz anliegt. Das Entstehen eines zweiten Raumladungsmaximums der durch diese zweite Frequenz freigemachten Elektronen muß also durch Verringerung des Abstandes des Quasikondensators eine Kapazitätsänderung hervorrufen.

Während demnach die Lage des Maximums der Raumladung unabhängig von der Frequenz bei monochromatischem Lichte im Apparate ist, sind die Verhältnisse völlig verändert, wenn gleichzeitig zwei monochromatische Frequenzen einstrahlen, da bei vergrößerter Kapazität mehr Elektronen bei Grenzpotential die Elektrode verlassen können.

Da ferner Elektronenbefreiung durch jedes einfallende Lichtquant erfolgt, die Raumladung für bestimmte Frequenz aber ihren Gleichgewichtswert nicht überschreiten kann (vgl. § 3 Satz „II"), so wird bei gleichzeitiger Einstrahlung der Anteil der Elektronen aus verschiedenen Frequenzen Funktion des Verhältnisses der wirksamen Intensitäten sein.

War die Raumladung a bei Einstrahlung

einer einzigen monochromatischen Welle gegeben durch

$$a = \frac{|k_1|\, C}{d_1^3}, \tag{6}$$

wo d die mittlere Breite, C die influenzierte Kapazität, $|k_1|$ das Potential bezeichnet, welches der Lage der häufigsten Voltgeschwindigkeiten entspricht, so wird bei gleichzeitiger Einstrahlung zweier Frequenzen der wirksamen Intensität n_1, n_2 der Anteil aus der ersten Frequenz nunmehr

$$a_1 = \frac{|k_1|\, C}{d_1^3} \cdot \frac{n_1}{n_1 + b n_2} \tag{6a}$$

und aus der zweiten

$$a_2 = \frac{|k_2|\, C'}{d_2^3} \cdot \frac{b n_2}{n_1 + b n_2}$$

Es ist hierbei berücksichtigt, daß nur ein Bruchteil b derjenigen Elektronen in die Raumladung gelangt, welche ohne Überkompensierung durch das Grenzpotential der kürzeren Frequenz freigemacht würden. b ist Funktion der Kernladung und von $1/(V_1 - V_2)$.

C_1, C' sind die durch die Lage der beiden Maxima der äußeren Raumladung influenzierten Kapazitäten und d_1, d_2 die mittleren Ausdehnungen der Raumladungen, die den Grenzpotentialen proportional sind. Die Elektronenzahl, die durch Einstrahlung der höheren Frequenz allein, bei monochromatischer Einstrahlung in der Raumladung auftritt, ist hier gleich $\frac{|k_1|\, C}{e}$ zu setzen, wo $|k_1|$ in Voltmaß einzusetzen ist.

Alsdann ergibt sich der Überschuß der Austrittsarbeit bei Zustrahlung der zweiten Frequenz über diejenige Austrittsarbeit, die bei alleiniger Einstrahlung der höheren Frequenz auftritt, zu

$$\Delta A = 4\pi c_0 [a_1 k_1 (k_1 + k_1') + a_2 k_2 (k_2 + k_2') - a k_1 (k_1 + k_1')].$$

Da aber nach (6)

$$a_1 k_1 (k_1 + k_1') - a k_1 (k_1 + k_1') = -\frac{|k_1|\, C}{d_1^3} k_1 (k_1 + k_1') \frac{b n_2}{n_1 + b n_2} \tag{7}$$

ist, so wird

$$\Delta A = 4\pi c_0 k_1 (k_1 + k_1') \frac{|k_1|\, C}{d_1^3} \frac{b n_2}{n_1 + b n_2} \left\{ \frac{|k_2|\, C'}{|k_1|\, C} \frac{d_1^3 k_2 (k_2 + k_2')}{d_2^3 k_1 (k_1 + k_1')} - 1 \right\}. \tag{8}$$

Das Potential an der Stelle der Umkehr, welches das Maximum an potentieller Energie darstellt, welches dieses Elektron erreichen kann, ist gleich der vollen kinetischen Energie, die das Elektron vom absorbierten Lichtquant als Komponente in der Austrittsrichtung entnommen hat. Abszissenlänge und potentielle Energie korrespondieren für die durch die Raumladung allein bedingte Austrittsarbeit. Die normale Austrittsarbeit P ist deshalb nicht am Einheitswert der Abszisse in Abzug zu bringen.

Sieht man also vom Kontaktpotential zwischen Metall und Vakuum ab, so ist das Verhältnis der Raumladungskapazitäten C_2/C_1 umgekehrt wie das der potentiellen Energien, V_1/V_2. Will man andererseits das Hinzutreten der Kontaktpotentialdifferenz in Betracht ziehen, so wird an diesem Verhältnis nichts geändert. Denn, wenn die Lage der Raumladungskapazitäten als gegeben angenommen wird, so ist leicht ersichtlich, daß sich dann für das Verhältnis der resultierenden Kapazitäten ergibt:

$$\frac{C'}{C} = \frac{C_2 + C_0}{C_1 + C_0} = \frac{(V_1 - V_0) + V_0}{(V_2 - V_0) + V_0} = \frac{V_1}{V_2},$$

wo V_1/V_2 gleich dem Verhältnis der mittleren Dicken der Raumladungen d_1/d_2 ist.

Da die Kapazitäten C, C' sich umgekehrt wie die Potentiale der Raumladungsmaxima verhalten, und diese wie die dazu gehörigen Grenzpotentiale, so gilt

$$\frac{C'}{C} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{|k_1|}{|k_2|} = \frac{V_1}{V_2} \quad \text{oder} = \frac{k_1 + k_1'}{k_2 + k_2'}, \tag{9}$$

da nach § 6

$$k_1 \gg k_1'$$
$$k_2 \gg k_2'.$$

Da weiter nach (3a)

$$|k_1| = c_0 V_1.$$

Dies eingesetzt, ergibt für die Vermehrung der Austrittsarbeit bei Zustrahlung der zweiten Frequenz

$$R = \Delta A = \text{const.} \frac{b n_2}{n_1 + b n_2} \frac{(V_1 - V_2) V_1}{V_2}$$

wo

$$\text{const.} = \frac{4\pi c_0 k_1 (k_1 + k_1')\, C c_0}{d_1^3}$$

ist, indem k_1, k_1', d_1 und C Apparatkonstanten A sind. Demnach wird

$$\boxed{R = \text{const.} \frac{V_1 - V_2}{V_2} \cdot \frac{b n_2}{n_1 + b n_2}} \tag{1}$$

also folgt:

III. Bei Zustrahlung einer zweiten Frequenz entsteht eine Raumladung, welche einen Rückgang des Grenzpotentials um die nach der Beziehung (1) vergrößerte Austrittsarbeit ergibt.

Die Voraussetzung der Gleichung (9) ist wieder die, daß die Geradlinigkeit des Feldes nicht wesentlich durch die Raumladung gestört

wird. Mit zunehmendem $b n_2/n_1$ wird die Gerade in kleinem Abstande von der Platte zur x-Achse hin etwas durchgebogen. Ist der Korrektionsfaktor ein unechter Bruch p, so ist leicht ersichtlich, daß die Verteilung der Raumladung dahin wirkt, daß mit zunehmendem $(V_1 - V_2)$ die Zusatzkapazität C' so zunimmt, daß $pC' \sim (V_1 - V_2)$ wird. Da nun $b \sim \frac{1}{V_1 - V_2}$, so wird bp nahe unabhängig von b. Es bestimmt demnach in unseren Kurven (l. c.):

1. die Gerade bei kleinen n_2 die Größe const. bp
2. die Integration ergibt die Größe von const.

und

3. der asymptotische Verlauf für sehr große n_2, ergibt die Konstante b.

Es sind also alle Konstanten durch unsere Kurven quantitativ bestimmbar.

Die Bestimmungsgleichung für den Rückgang reduziert sich auf

$$R = A \frac{n_2}{n_1 + b n_2} (V_1 - V_2) \cdot \frac{V_1}{V_2},$$

wo A = const. bp ist.

Die Theorie ergibt die Bedeutung der beiden Konstanten der Gleichung, und zergliedert die erste in ihre Komponenten.

§ 5. Die Ausführung der Integration für festes a und variables k und k'.

Es sei entsprechend § 2 die Raumladungsverteilung für positives und negatives x gegeben durch

$$\varrho(-x) = a' \frac{x^4}{k'^4} \left(e^{\frac{2x^2}{k'^2}} - 1 \right)^{-1}$$

$$\varrho(+x) = -a \frac{x^4}{k^4} \left(e^{\frac{2x^2}{k^2}} - 1 \right)^{-1}.$$

Der qualitative Verlauf ist in Fig. 1 wiedergegeben. Dann ist bei einmaliger Integration unter Fortlassung des Faktors 4π, das Feld gegeben durch $\sigma(x)$, wo

$$\sigma(x) = \frac{a'}{k'^4} \int_{-\infty}^{0} x^4 \left(e^{\frac{2x^2}{k'^2}} - 1 \right)^{-1} dx$$

$$- \frac{a}{k^4} \int_{0}^{x} x^4 \left(e^{\frac{2x^2}{k^2}} - 1 \right)^{-1} dx,$$

wo

$$\int_{-\infty}^{0} x^4 \left(e^{\frac{2x^2}{k'^2}} - 1 \right)^{-1} dx = \int_{0}^{+\infty} x^4 \left(e^{\frac{2x^2}{k'^2}} - 1 \right)^{-1} dx$$

ist.

Die Umformung der Feldgleichung durch $x = k' y$, bzw. $x = k \cdot y$ ergibt für

$$\sigma(-x) = \frac{a'}{k'^4} \cdot \int_{-\infty}^{\frac{x}{k'}} k'^4 y^4 (e^{2y^2} - 1)^{-1} k' \, dy$$

$$= a' k' \int_{-\infty}^{\frac{x}{k'}} y^4 (e^{2y^2} - 1)^{-1} \, dy$$

und, da $\int_{-\infty}^{0} = \int_{0}^{\infty}$ für

$$\sigma(+x) = a' k' \int_{0}^{\infty} y^4 (e^{2y^2} - 1)^{-1} \, dy$$

$$- a k \int_{0}^{\frac{x}{k}} y^4 (e^{2y^2} - 1)^{-1} dy.$$

Wenn die Feldkurve für $x = 0$ ein Maximum hat und die x-Achse für $x = \pm\infty$ berührt, so muß

$$a k = a' k'$$

sein. Der Feldverlauf ist in Fig. 3 wiedergegeben.

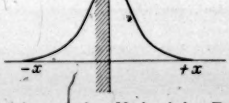


Fig. 3. Schematischer Verlauf der Feldstärke.

Für die Arbeit ergibt sich

$$A = \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma(x) \, dx = a k \int_{-\infty}^{0} dx \int_{-\infty}^{\frac{x}{k'}} y^4 (e^{2y^2} - 1)^{-1} dy$$

$$+ a k \int_{0}^{+\infty} dx \left[\int_{0}^{\infty} y^4 (e^{2y^2} - 1)^{-1} dy - \int_{0}^{\frac{x}{k}} y^4 (e^{2y^2} - 1) \, dy \right]$$

Wir setzen im ersten Integral $x = k' \cdot z$ und im zweiten $x = k \cdot z$. Diese Substitutionen sind möglich, weil die Integrationen von 0 bis ∞ gehen.

$$A = \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma(x) \, dx = a k \int_{-\infty}^{0} k' \, dz \int_{-\infty}^{z} y^4 (e^{2y^2} - 1) dy + a k$$

$$\int_{0}^{\infty} k \, dz \left[\int_{0}^{\infty} y^4 (e^{2y^2} - 1)^{-1} dy - \int_{0}^{z} y^4 (e^{2y^2} - 1)^{-1} dy \right].$$

Setzt man vorübergehend $y = -y'$ und $z = -z'$ und nach der Umformung wieder für y' y und

für $z' > z$, so wird

$$A = \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma(x)\, dx = a\,k\,k' \int_0^\infty dz \int_z^\infty y^4 (e^{2y^2} - 1)^{-1}\, dy$$

$$+ a\,k^2 \int_0^\infty dz \int_z^\infty y^4 (e^{2y^2} - 1)^{-1}\, dy\,.$$

$$A = a\,k(k + k') \int_0^\infty dz \int_z^\infty y^4 (e^{2y^2} - 1)^{-1}\, dy\,.$$

Das Doppelintegral ist eine absolute Zahl, die gegeben ist durch die Reihe

$$c_0 = \tfrac{1}{8}\left(1 + \tfrac{1}{8} + \tfrac{1}{27} + \tfrac{1}{64} + \tfrac{1}{125} + \ldots\right),$$

so daß die Austrittsarbeit bei Überwindung der inneren und äußeren Raumladung gegeben ist durch

$$A = a\,k(k + k')\,c_0\,,$$

oder wenn wir den Faktor 4π wieder mit hineinnehmen

$$\boxed{A = 4\pi\, a\,k(k + k')\,c_0}\,.$$

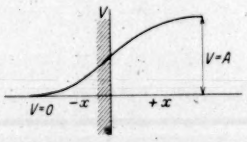


Fig. 4. Schematischer Verlauf der potentiellen Energie.

Der qualitative Verlauf von A ist in Fig. 4 wiedergegeben.

§ 6. Eindringungstiefe der influenzierten Ladung und der Durchtritt der Kathodenstrahlen durch diese Ladung.

Um zu zeigen, daß die potentielle Energie, welche die Elektronen im Momente ihrer Umkehr gewonnen haben, gleich der vollen Voltgeschwindigkeit ist, die sie bei ihrem Entstehen besaßen, ist notwendig festzustellen, ob sie aus Tiefen kommen, die jenseits der Eindringungstiefe der influenzierten Ladung liegen. Wir berechnen deshalb diese beiden Größen.

a) Die Eindringungstiefe der Ladung.

Zur Abschätzung der Eindringungstiefe der Ladung verfahren wir im Anschluß an H. A. Lorentz[1]) in folgender Weise:

Es sei das Metall von einer Ebene begrenzt, die wir zur yz-Ebene wählen. Die Richtung der positiven x-Achse gehe ins Innere des Metalles. Die Ladung bestehe in einer Änderung der Zahl der freien Elektronen, so daß diese durch $N + m$ dargestellt werden kann, wo sich N auf den natürlichen Zustand bezieht. Die Zahl m hängt von x ab. N ist eine Konstante unter der Annahme, daß die Substanz überall, bis dicht an die Oberfläche dieselbe Zahl freier Elektronen besitzt.

Ist φ das elektrische Potential, so wirkt auf die in einer Schicht dx (pro Flächeneinheit) enthaltenen Elektronen die Kraft

$$-(N + m)\,\varepsilon\, dx\, \frac{d\varphi}{dx}\,.$$

Dieser Kraft wird durch die Differenz des Elektronendruckes auf beiden Seiten der Schicht das Gleichgewicht gehalten. H. A. Lorentz nimmt Maxwellsche Verteilung an, und setzt demzufolge den Druck $p = k\,T(N + m)$. Dann wird

$$k\,T\frac{(N + m)}{dx} = -(N + m)\,\varepsilon\,\frac{d\varphi}{dx}\,.$$

In folgendem wird nicht Maxwellsche, sondern Fermi-Statistik für den Druck des Elektronengases angenommen. Dann ist der Nullpunktsdruck nach Sommerfeld[1]) gegeben durch:

$$p_0 = \frac{8\pi\, h^2}{15\, m}\left(\frac{3N}{8\pi}\right)^{5/3}.$$

Das Elektronengas ist hiernach schon bei Zimmertemperatur im Zustand starker Entartung; der Druck ist unabhängig von der Temperatur. Durch Einsetzen der Werte für die Konstanten erhalten wir:

$p = C N^{5/3}$, wo $C = 2{,}305 \cdot 10^{-27}$ dyn. cm^3 ist.

Ändert sich die Elektronenzahl N längs dx um dm, so wird der resultierende Druck auf die Schicht

$$-(N + m)\,\varepsilon\,\frac{d\varphi}{dx}\,dx - \frac{dp}{dx}\,dx$$

$$= -(N + m)\,\varepsilon\,\frac{d\varphi}{dx}\,dx - \frac{5}{3}\,C(N + m)^{2/3}\,\frac{dm}{dx}\,dx = 0.$$

Da m sehr klein gegen N ist, folgt

$$-N^{1/3}\,\varepsilon\,\frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{5}{3}\,C\,\frac{d^2 m}{dx^2}\,.$$

Da φ nur von x abhängt, so ist

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -4\pi\,\varepsilon\, m\,.$$

Dies eingesetzt, folgt

$$4\pi N^{1/3}\,\varepsilon^2\, m = \frac{5}{3}\,C\,\frac{d^2 m}{dx^2}$$

(während bei Lorentz $N\varepsilon^2 m = k\,T\,\frac{d^2 m}{dx^2}$ sich ergab).

1) H. A. Lorentz, Götting. Wolfskehl-Vorträge 191/192, 1913.

1) A. Sommerfeld, Zeitschr. f. Phys. 47, 1, 1928.

Demnach ist:

$$\lambda^2 \frac{d^2 m}{dx^2} = m,$$

wo

$$\lambda = \frac{1}{2\varepsilon}\sqrt{\frac{5C}{3\pi N^{1/3}}} = \frac{3{,}66 \cdot 10^{-5}}{\sqrt[6]{N}} \text{ [cm]}.$$

Als Lösung der Differentialgleichung folgt, wenn für $x = 0$ $m = m_0$ ist

$$m = m_0 e^{-\frac{x}{\lambda}}$$

Setzen wir $x = \lambda$, so folgt $m = m_0 \frac{1}{e}$. In der Tiefe λ ist die Ladung auf den $e$ten-Teil herabgesunken. λ stellt also die mittlere Eindringungstiefe der Ladung m_0 dar. Nimmt man mit Sommerfeld[1]) an, daß im Silber auf 1 Metallatom 1 freies Elektron kommt, so ist $N_{Ag} = 5{,}9 \cdot 10^{22}$ cm^{-3}, und

$$\lambda_{Ag} = 5{,}9 \cdot 10^{-9} \text{ cm}.$$

N wurde aus Dichte D, Atomgewicht A und Loschmidtscher Zahl L, $N = \frac{D}{A} \cdot L$ erhalten.

Aus dem paramagnetischen Verhalten ist zu folgern, daß auch in den Alkalien 1 Elektron pro Atom vorhanden ist. Aus $N_K = 1{,}33 \cdot 10^{22}$ und $N_{Na} = 2{,}55 \cdot 10^{22}$ folgt

$$\lambda_K = 7{,}5 \cdot 10^{-9} \text{ cm}; \quad \lambda_{Na} = 6{,}7 \cdot 10^{-9} \text{ cm}.$$

Da der mittlere Abstand zweier Atome gleich $d = \frac{1}{\sqrt[3]{N}}$ ist, folgt, daß die Ladung im Mittel nicht tiefer als $^1/_4$ bis $^1/_5$ des mittleren Abstandes zweier Atome eindringt.

b) Austrittstiefe der Photoelektronen.

Wir stellen nun die Frage, ob die im Innern des Metalles durch das Licht frei gemachten Elektronen aus einer Schicht kommen, welche tiefer liegt, als die Eindringungstiefe der Ladung.

Die Tiefe der Schicht, welche Kathodenstrahlen von wenigen Volt Geschwindigkeit noch durchdringen können, läßt sich aus der Differenz der Photoströme schätzen, die man erhält, wenn dünne, auf durchsichtiger Platte niedergeschlagene Schichten einmal von der Oberseite, und dann von der Unterlage aus bestrahlt, und gleichzeitig die optischen Konstanten berücksichtigt werden. Auf diesem Wege fand Stuhlmann[2]) für Voltgeschwindigkeiten von 4—5 Volt bei Silber für die mittlere Austrittstiefe $\vartheta = 25 \cdot 10^{-6}$ cm und für Platin $\vartheta = 15 \cdot 10^{-6}$ cm, während Compton u. Ross[1]) unter anderen Versuchsbedingungen für Au $\vartheta = 5 \cdot 10^{-7}$ cm und für Pt $2{,}7 \cdot 10^{-7}$ cm fanden. Neuerdings wurden die Versuche durch Goldschmidt u. Dember[2]) dadurch verbessert, daß diese die optischen Konstanten ihrer Schichten selbst bestimmten, während die beiden vorbenannten Arbeiten sie fremden Messungen entnommen hatten. Goldschmidt u. Dember ermittelten für Pt den Wert $\vartheta = 1{,}1 \cdot 10^{-7}$ cm. Aus diesen Messungen folgt, daß Elektronen von 4—5 Volt, Schichten von 10^{-7} cm durchdringen können. — Aus Messungen ganz anderer Art von Rupp[3]) berechnet sich, in guter Übereinstimmung hiermit für 5—12 Volt Elektronen für Silber etwa $3 \cdot 10^{-7}$ cm. An Alkalischichten liegen derartige Messungen nicht vor. Man kann aber wohl aus dem Verhalten der Versuche an dünnen Schichten qualitativ schließen, daß aus mehr als einer einzigen Atomschicht die Elektronen von 4 Volt an die Oberfläche gelangen.

Hieraus folgt:

IV. Daß die im Metall frei gemachten Elektronen aus größerer Tiefe an die Oberfläche gelangen als die Eindringungstiefe der influenzierten Ladung beträgt.

Es ist vielleicht sogar plausibel anzunehmen, daß Elektronen hauptsächlich dann zum Verlassen der Oberfläche kommen, wenn sie nicht in der influenzierten positiven Schicht, sondern tiefer entstehen.

§ 7. Integration für den Fall, daß die Lage des Maximums von der Frequenz abhängt.

Für das in § 5 erhaltene Resultat der Integration ist wesentlich, daß die Raumladungsverteilung alleinige Funktion der Lage der wahrscheinlichsten Voltgeschwindigkeit ist. Würde die Gehrckesche Darstellungsformel den Verlauf nicht genau darstellen, so würde sich hierdurch nichts wesentliches für das erhaltene Resultat ändern, solange die Annahme erfüllt ist, daß für $x = 1$ und $\varrho = 1$ sich die Geschwindigkeitsverteilungen bei variiertem Grenzpotential zur Deckung bringen lassen. Auch wenn man durch einfache begrenzte Parabelstücke die Verteilung der Raumladung längs der x-Achse angenähert darstellt, ergibt sich dasselbe quadratische Gesetz, nur ist die Konstante verändert.

Wenn man wie Wolf[4]) aus seinen Experimenten an flüssigen Natrium-Kaliumlegierungen

1) A. Sommerfeld, Zeitschr. f. Phys. **47**, 1, 1928.
2) O. Stuhlmann, Physic. Rev. **13**, 109, 1919.

1) Compton u. Ross, Phys. Rev. **13**, 374, 1919.
2) Goldschmidt u. Dember, Zeitschr. f. techn. Phys. **7**, 137, 1926.
3) E. Rupp, Zeitschr. f. Phys. **58**, 145, 1929.
4) F. Wolf, Ann. d. Phys. **83**, 1001, 1927.

schließen zu müssen glaubt, annimmt, daß die Lage des Maximums der Voltgeschwindigkeitskurve mit zunehmender Frequenz linear zunimmt, so läßt sich dies in dem Integral dadurch berücksichtigen, daß man in 3) im Exponenten der Exponentialfunktion des Nenners die Konstante 2 durch c_2 ersetzt und allgemein die Potenz im Zähler mit g bezeichnet; dann wird für negatives x

$$\varrho(-x) = \bar{a}' \frac{x^g}{e^{c_2' \cdot x^2} - 1}$$

und für positives x

$$\varrho(+x) = \bar{a} \cdot \frac{x^g}{e^{c_2 \cdot x^2} - 1}.$$

Für negatives x wird nach derselben Methode des Prof. Schnee

$$\sigma(-x) = \int_{-\infty}^{x} \varrho(x)\,dx = \bar{a}' \int_{-\infty}^{x} \frac{x^g\,dx}{e^{c_2' \cdot x^2} - 1}$$

und für positives

$$\sigma(+x) = \sigma(0) + \int_{0}^{x} \varrho(x)\,dx.$$

Wir erhalten im ersten (äußeren) Integral

$$A = \bar{a}' \int_{-\infty}^{0} dx \int_{-\infty}^{x} \frac{x^g\,dx}{e^{c_2' \cdot x^2} - 1} + \int_{0}^{\infty} dx \left(\bar{a}' \int_{-\infty}^{0} \frac{x^g\,dx}{e^{c_2' \cdot x^2} - 1} - \bar{a} \int_{0}^{x} \frac{x^g\,dx}{e^{c_2 \cdot x^2} - 1} \right).$$

Analoge Umformung, wie in § 5 ergibt bei Substition im inneren Integral $x = z/\sqrt{c_2}$,

$$A = \bar{a}'\, c_2'^{-\frac{1+g}{2}} \int_{0}^{\infty} dx' \int_{x'\sqrt{c_2'}}^{\infty} \frac{z^g\,dz}{e^{z^2} - 1} + \int_{0}^{\infty} dx' \left(\bar{a}'\, c_2'^{-\frac{1+g}{2}} \int_{0}^{\infty} \frac{z^g\,dz}{e^{z^2}} - \bar{a}\, c_2^{-\frac{1+g}{2}} \int_{0}^{x'\sqrt{c_2}} \frac{z^g\,dz}{e^{z^2} - 1} \right).$$

Die Grenzbedingung ergibt hier

$$\bar{a}\, c_2^{-\frac{1+g}{2}} = \bar{a}' \cdot c_2'^{-\frac{1+g}{2}},$$

woraus

$$A = \bar{a}\, c_2^{-\frac{1+g}{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{c_2}} + \frac{1}{\sqrt{c_2'}} \right) \int_{0}^{\infty} dx \int_{x}^{\infty} \frac{x^g\,dx}{e^{z^2} - 1}$$

$$= \bar{a}\, c_2^{-\frac{1+g}{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{c_2}} + \frac{1}{\sqrt{c_2'}} \right) c_0',$$

wo c_0' wieder eine absolute Konstante ist. Für $c_2 = 2$ und $g = 4$ muß für ein bestimmtes $k = k_0$ die Gleichung in die obige bei konstanter Lage des Maximums der Geschwindigkeit übergehen. Dies ist erfüllt für

$$c_2 = \frac{2}{k_0^2}; \quad \bar{a} = \frac{a}{k_0^4}; \quad c_2^{-1/2} = \frac{k_0}{\sqrt{2}}.$$

Dann wird die absolute Konstante

$$\frac{c_0'}{c_0} = \frac{1}{8}.$$

Wenn nun nach Wolf die Koordinate des Maximums

$$k - k_0 = c_1 (V - V_0) \tag{1}$$

ist und c_1 die von Wolf angegebene Konstante ist, wo V, V_0 die zugehörigen Grenzpotentiale bezeichnen, so wird

$$\frac{2\, c_2 k^2 e^{c_2 k^2}}{e^{c_2 k^2} - 1} = 4 \tag{2}$$

$$k = c_3 k' \tag{3}$$

$$\frac{2\, c_2' k'^2 e^{c_2' k'^2}}{e^{c_2' k'^2} - 1} = 4 \tag{4}$$

$$a\, c_2^{-1/2} = a'\, c_2'^{-1/2}. \tag{5}$$

Für jedes vorgegebene Grenzpotential V ist das zugehörige k aus (1) zu entnehmen und der Parameter c_2 aus der transzendenten Gleichung (2) zu berechnen. Da die k' gegen die k zu vernachlässigen sind, so erübrigt sich die Auswertung von (3), (4), (5).

Es ist aber zu bemerken, daß Wolf flüssige Kalium-Natriumlegierung untersuchte, und daß die Versuche vermuten lassen, daß nur bei flüssigen Substanzen diese Abweichung von dem Ramsauerschen Befund eintritt, daß also bei allen festen Substanzen $k = \text{Konst.}\ V_i$ für jedes Grenzpotential V_i gilt.

Für den Effekt des Rückgangs des Grenzpotentials ist die Frage nach der Abweichung nicht wesentlich.

§ 8. Unabhängigkeit der maximalen potentiellen Energie des Elektrons vom Durchtritt der Raumladung trotz des veränderten gemessenen Gegenpotentials; Einfluß der Raumladung auf die Austrittsarbeit bei anderen Messungen.

Überblicken wir die Überlegungen, die wir hier zur Erklärung des neuen Effektes angestellt haben, so ergibt sich zunächst, daß sie wesentlich in der Anwendung der gesicherten Gesetze der Elektrizitätslehre beruhen. Der Effekt selbst ist hiernach nur bedingt durch das Auftreten von Raumladungen. Die Ableitung der gefundenen Gesetzmäßigkeit wurde ermöglicht durch die allgemeine Darstellung der Raumladungsverteilung als Funktion des Grenzpotentials usw.

des zu ihm proportionalen Maximums der Raumladung. Wo solche Raumladungen in einem Apparate auftreten, müssen sie die gemessenen Grenzpotentiale verringern.

Die Tatsache, daß wir ohne Einführung einer neuen, außerhalb der Elektrodynamik und älteren Quantentheorie liegenden Theorie die Sätze I bis IV des § 1 quantitativ abzuleiten imstande waren, drängt nun zu der Frage, wie so es kommt, daß die potentielle Energie des Elektrons bei Vorhandensein der Doppelschicht sich scheinbar kleiner ergibt als bei Fehlen derselben? Die Antwort ist die, daß die Elektrometermessung nicht die volle Spannung mißt, welche das Elektron durchläuft. Das Elektrometer kann lediglich das mittlere Potential der geerdeten lichtelektrischen Elektrode gegen die Gegenelektrode messen. Der Ausgangspunkt des Elektrons hat auch das Potential Null; aber zwischen der Stelle des Freiwerdens und der Oberfläche des Metalls liegt die positiv influenzierte Ladung. Das Elektron gewinnt beim Durchtritt gerade den Zuwachs an potentieller Energie, den das Elektrometer nicht messen kann, weil es nur freie Ladung auf der Elektrode feststellt, nicht aber gebundene, die durch die Verteilung der Elektrizität auf dem influenzierten Leiter erzeugt wird. Ein Elektrometer, welches diesen Sprung mißt, ist allein das Elektron selbst. Daß bei unserer Anordnung keine merkbare Influenzierung auf der Anode den Rückgang-Effekt kompensiert, wurde bereits oben (§ 3 Schluß) bewiesen.

Trotzdem aber der hier gefundene, gewiß unerwartete Effekt sich u. E. völlig aus dem bekannten verstehen läßt, kann er für das Verstehen mancher bisher nicht verstandener Erscheinungen namentlich in der Photochemie wesentlich sein, und auch bei rein physikalischen Erscheinungen als bisher unbeachtete Fehlerquelle der Geschwindigkeitsverteilung bei Gegenfeldmessung in Erscheinung treten.

Bei der Inkonstanz der Kontaktpotentiale, im gleichen bzw. in verschiedenen Rohren unter scheinbar sonst gleichen Bedingungen, die bisher allein als die Austrittsarbeit bedingend angesehen wurden, wird das Auftreten von Raumladungen, nur dann störend für die Messung der Grenzpotentiale in Erscheinung treten, wenn eine Änderung der Raumladungen bei Variation der Frequenz auftritt. Im allgemeinen wird also der Einfluß der Raumladung einer additiven Konstanten des Kontaktpotentials gleichkommen. Eine Variation der Raumladung tritt aber ein, wenn man die Integralkurve einer Geschwindigkeitsverteilung, d. h. die Stromspannungskurve bei Gegenpotentialen mißt. Hier werden die größten Geschwindigkeiten relativ gegenüber den kleinen zu klein gemessen.

Bei mannigfaltigen photochemischen Experimenten scheint ein wesentlicher Einfluß der Raumladung wahrscheinlich. Z. B. wird Vorbelichtung photogr. Platten Freiwerden von Raumladungen mit sich bringen, die eine Aufladung der Gelatineteilchen durch die an den Silberteilchen freigemachten Elektronen zur Folge hat. Ist dies der Fall, so werden die bei Nachbelichtung freigemachten Elektronen sich völlig anders verhalten, als die ohne Vorbelichtung. Es erscheint uns möglich, daß sich durch dieses Erklärungsprinzip manche der bisher unerklärlichen Tatsachen deuten lassen.

Leipzig, Dezember 1930, Abt. f. Radiophys. d. Phys. Inst.

(Eingegangen 16. Dezember 1930.)

Über lichtelektrische Wirkung und Elektronenbeugung an hydrierten Kaliumoberflächen.

Von W. Kluge und E. Rupp[1]).

(Aus dem Forschungs-Institut der AEG.)

I. Aufgabestellung.

Die lichtelektrische Ausbeute von reinen Kaliumoberflächen läßt sich durch Wasserstoffeinwirkung in weiten Grenzen variieren. Wir geben zunächst einen Überblick über die bisherigen Beobachtungen und Erklärungsversuche. Elster und Geitel[2]) entdeckten 1910 eine dem reinen Kalium gegenüber vergrößerte lichtelektrische Wirkung, nachdem sie in der Versuchsröhre eine leuchtende Glimmentladung in einer Wasserstoffatmosphäre von geringem Druck vorgenommen hatten. Sie erklärten die bei der Glimmentladung auftretende Verfärbung der Kaliumoberfläche aus der Bildung von farblosem Kaliumhydrid, in welchem reines Kalium kolloidal suspendiert ist. Wenig später haben Pohl und Pringsheim[3]) nachgewiesen, daß die Glimmentladung einen „selektiven" Photoeffekt hervorruft. Die Erklärung dieses Effekts ist dann von Gudden und Pohl[4]) präziser gefaßt worden. Sie nehmen

1) Vorgetragen auf der Physikertagung in Königsberg, Pr., vom 4.—7. September 1930.

2) J. Elster u. H. Geitel, Physik. Zeitschr. **11**, 257, 1910.

3) R. Pohl u. P. Pringsheim, Verh. phys. Ges. **12**, 682, 1910.

4) B. Gudden u. R. Pohl, Zeitschr. f. Phys. **34**, 245, 1925.

an, daß hierbei die Elektronen dem Kalium im Zustande atomarer oder molekularer Lösung (bzw. Adsorption) entstammen. Gudden und Pohl stützen ihre Auffassung durch Versuche an Grenzschichten zwischen Kalium und Isolatoren, sowie durch Beobachtungen von Gyulai[1]) über den inneren Photoeffekt von *NaCl*. Eine andere Erklärung gibt Suhrmann[2]), der das Zustandekommen des selektiven Effektes der Einwirkung positiver Wasserstoffionen zuschreibt.

Außer durch eine leuchtende Glimmentladung tritt der selektive Photoeffekt auch dann ein, wenn Wasserstoff genügend lange Zeit auf vorher durch Destillation gut entgastes Kalium einwirkt, wie Fleischer und Dember[3]) zeigen konnten. Fleischer und Teichmann[4]) beobachteten den selektiven Effekt ferner dann, wenn Kaliumschichten in Wasserstoff von geringem Druck gebildet werden.

Wir stellten uns die Aufgabe, parallel mit der Untersuchung der lichtelektrischen Wirkung an Kalium die Struktur der Kaliumoberfläche mittels Elektronenreflexion zu untersuchen, um zu prüfen, ob für bestimmte lichtelektrische Empfindlichkeitsgrade charakteristische Oberflächenstrukturen beobachtet werden können. Die Versuche haben in der Tat ergeben, daß die verschiedenen spektralen Verteilungskurven des lichtelektrischen Effektes durch bestimmte Oberflächenstrukturen ausgezeichnet sind.

Gleichzeitig sollte auch das innere Potential des reinen Kaliums ermittelt werden, um diese Größe an einem stark elektropositiven Metall mit den bisherigen Messungen an anderen Metallen vergleichen zu können. Weiterhin interessierte die Struktur, bzw. die Gitterkonstante der durch die Einwirkung von Wasserstoff sich bildenden Kaliumhydridverbindung. Wir fanden als mittleres inneres Potential des Kaliums 7,3 *V*, einen Wert, der stark hinter den bisher bekannten an elektronegativen Metallen zurückbleibt. Unter Zugrundelegung dieses inneren Potentials konnten wir die bisher noch nicht bekannte Gitterkonstante des kubischen Kaliumhydrids zu 5,4 Å bestimmen.

II. Versuchsgerät und Meßmethode.

Die Aufgabestellung erforderte eine Versuchsröhre, welche gestattete, an jeweils denselben Oberflächen sowohl lichtelektrische Messungen als auch Strukturuntersuchungen mittels Elektronenreflexion vorzunehmen. Wir benutzten dazu ein Versuchsgefäß, wie es schon für andere Strukturuntersuchungen angewendet worden ist (Fig. 1).

Zur Aufstrahlung des Kaliums dient eine Düse *D*, welche mit einer Destilliervorlage in Verbindung steht. Als Auflagemetall verwendeten wir ein Silber- bzw. Goldplättchen. Zum

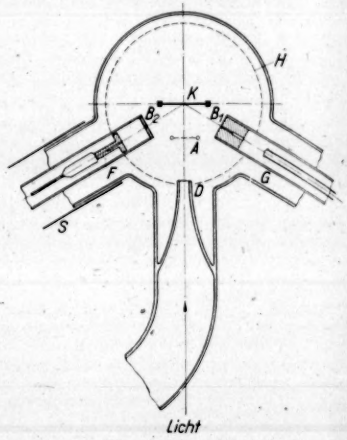


Fig. 1. Versuchsröhre für photoelektrische Messungen und Strukturuntersuchungen an gleicher Oberfläche (Querschnitt).

Auffangen der lichtelektrisch ausgelösten Elektronen dient eine Drahtschleife *A*, welche von oben isoliert in das Gefäß hereinragt, so daß sie sich etwa 1 cm vor der lichtelektrischen Schicht *K* befindet.

Bei Ausführung einer lichtelektrischen Messung bildet die lichtelektrische Schicht zusammen mit dem elektrostatisch geschützten Gehäuse *H* die Kathode, die Drahtschleife *A* die Anode einer Photozelle. Der Lichteintritt erfolgt unterhalb des Düsenansatzes *D*. Die Schichten werden mit spektral zerlegtem Licht untersucht. Der lichtelektrische Strom wird durch die Spannung gemessen, die an einem Hochohmwiderstand erzeugt wird.

Unmittelbar nach dieser Messung wird das Licht mittels eines totalreflektierenden Prismas auf eine spektral geeichte Photozelle gewor fen[1]). Aus dem Verhältnis beider Ströme kann der Strom pro Lichtenergieeinheit berechnet werden. In den Ausbeutekurven der Fig. 2, 4 und 7 ist der relative lichtelektrische Strom bezogen auf die Einheit auffallenden Lichtes angegeben.

1) Z. Gyulai, Zeitschr. f. Phys. **35**, 411, 1926.
2) R. Suhrmann u. H. Theissing, Zeitschr. f. Phys. **52**, 453, 1928.
3) R. Fleischer u. H. Dember, Zeitschr. f. techn. Phys. **7**, 133, 1926.
4) R. Fleischer u. H. Teichmann, Zeitschr. f. Phys. **60**, 317, 1930.

1) Für die Eichung der Photozelle möchten wir Herrn R. Suhrmann verbindlichst danken.

Die lichtempfindliche Schicht der Eichzelle wurde nach einem im hiesigen Institut entwickelten Verfahren hergestellt. Sie weist innerhalb der Versuchsdauer vollständige Konstanz der Empfindlichkeit auf.

Zur Ausführung der Elektronenbeugungsmessungen an der lichtempfindlichen Schicht werden Kathode K und Anode A mit dem Schutzgehäuse H einschließlich der Blenden B_1 und B_2 geerdet. Die Glühkathode G erhält gegen das Gehäuse veränderliche negative Potentiale, so daß Elektronen verschiedener Geschwindigkeit durch die Blende B_1 treten und an der lichtempfindlichen Schicht K zur Reflexion kommen. Die reflektierten Elektronen gelangen durch eine Blende B_2 in einen Auffänger F, der mit einem Saitenelektrometer verbunden ist. Die Blende B_1 ist 10 mm lang, der Bohrungsquerschnitt in der ersten Hälfte 0,5 mm, in der zweiten Hälfte 0,2 mm im Durchmesser. Die Blende B_2 ist 1 mm lang und 0,2 mm im Durchmesser. Der Auffänger F ist als Hohlzylinder ausgebildet und mit einem Metallschutzrohr S umgeben.

Der Einfallswinkel ϑ für den Elektronenstrahl beträgt 60^0. Während der Beugungsmessung wird der Versuchsraum völlig verdunkelt. Anderenfalls könnten lichtelektrische Elektronen die Messung der reflektierten Elektronen stören.

Da durch die auftreffenden Elektronen an der Schicht K positive Ionen ausgelöst werden können, mußte ein positives Gegenfeld von 3 V zwischen B_2 und F angelegt werden.

Die Versuchsröhre wird vor der Bildung der Kaliumschicht längere Zeit in einem Ofen ausgeheizt. Das bereits mehrfach vordestillierte Kalium befindet sich dabei schon in einer Ampulle innerhalb eines Hilfsröhrchens, welches mit der Destilliervorlage in Verbindung steht und aus dem Ausheizofen seitlich herausragt. Nach Beendigung des Ausheizvorganges wird die Kaliumampulle auf magnetischem Wege in die Destilliervorlage gebracht und das Hilfsröhrchen abgeschmolzen. An der Röhre wird mit flüssiger Luft gekühlt. Im Kühlansatz befinden sich Kaliumspäne.

Durch Erhitzen eines Palladiumröhrchens mit dem Bunsenbrenner kann Wasserstoff in die Versuchsröhre eingelassen werden.

III. Gang der Versuche.

Wir beschreiben die Versuche in der zeitlichen Reihenfolge ihrer Durchführung mit möglichster Ausführlichkeit.

Erste Versuche.

a) Wirkung der Gasbeladung auf eine reine Kaliumschicht (ohne Glimmentladung).

Versuch 1. Auf ein Goldplättchen wird Kalium so lange aufgedampft, bis das Unterlagemetall nicht mehr durchscheint. Die spektrale lichtelektrische Empfindlichkeitsverteilung ist in Fig. 2, Kurve 1, wiedergegeben. Die Lage des selektiven Maximums bei ~ 410 m μ mag dem Umstand zugeschrieben werden, daß die Kaliumschicht dünn genug war, um an der lichtelektrischen Wirkung noch das Auflagemetall Gold mitwirken zu lassen. Eine genaue Festlegung des selektiven Maximums ist insofern erschwert, als im Gegensatz zu den gewöhnlichen Photozellen das reflektierte Licht hier nicht unwirksam verschwindet oder wieder auf dieselbe Schicht fällt, sondern auf Metallteile, die auch mit Kalium beschlagen sein können und daher infolge ihrer leitenden Verbindung mit der zu untersuchenden Fläche deren lichtelektrische Wirkung beeinflussen.

Die Messung der Elektronenreflexion in Abhängigkeit von der Voltgeschwindigkeit der gebeugten Elektronen ergibt die Kurve in Fig. 3. In einem späteren Abschnitt (IV) beschreiben wir ausführlich die Zuordnung und Indizierung der Beugungsmaxima. In diesem und dem folgenden Abschnitt zählen wir die gefundenen Maxima auf unter Angabe der von uns gewählten Zuordnung.

An der durch den lichtelektrischen Effekt der Fig. 2, Kurve 1, charakterisierten Kaliumschicht

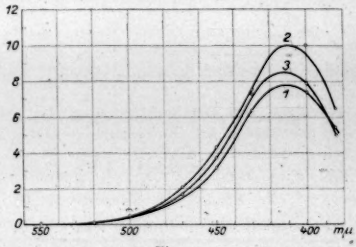


Fig. 2.
1. Zusammenhängende dünne Kaliumschicht.
2. Nach Einwirkung von Wasserstoff auf Kalium (1 mm Hg) etwa 15 min.
3. Schicht 16 Stunden später als 2.

Spektraler photoelektrischer Effekt.

haben wir in wiederholten Messungen die folgenden Beugungsmaxima gefunden (Fig. 3).

136 m	110 st	84 m	V
u	K	K	

(Wir bezeichnen die Intensität der Maxima mit sch = schwach, m = mittel, st = stark.)

Die Maxima 84 und 110 V lassen sich dem Kalium zuordnen, das Maximum 136 V hingegen,

das noch öfters auftritt, läßt sich weder dem Kalium, noch dem Kaliumhydrid zuordnen, doch glauben wir, es zusammen mit anderen Maxima einem Netzebenenabstand von 2,9 Å einer unbekannten Schicht zuschreiben zu können (siehe

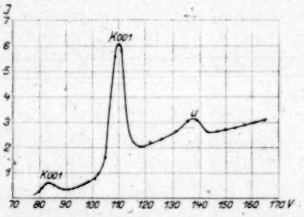


Fig. 3. Elektronenbeugung an zusammenhängender dünner Kaliumschicht.

hierüber Abschnitt IV). In den Figuren sind diese Maxima der unbekannten Schicht mit *u* bezeichnet.

Versuch 2. Die Einwirkung von Wasserstoff von 1 mm Druck über 15 Min. Dauer bewirkt eine Zunahme der lichtelektrischen Empfindlichkeit, Fig. 2, Kurve 2[1]). Bei der Beugungsmessung treten Maxima auf bei

136 st	94 m	46 m	32 m
u	*KH*	*KH*	*u*

Zwei dieser Maxima gehören der unbekannten Schicht *u* zu, die zwei andern Maxima sind neu entstanden, sie lassen sich dem Kaliumhydrid zuordnen. Die Kaliummaxima der Fig. 3 sind verschwunden.

Versuch 3. Die Wiederholung der lichtelektrischen und der Beugungsmessungen an derselben Schicht nach 16 Std. ergab eine etwas verminderte lichtelektrische Empfindlichkeit. (Fig. 2, Kurve 3.) Beugungsmaxima lagen bei

136 st	115 m	94 m
u	*KH*	*KH*

Bemerkenswert ist, daß nach der Wasserstoffeinwirkung in den Versuchen 2 und 3 keine Beugungsmaxima gefunden werden, welche dem reinen Kalium zugeordnet werden können.

b) Wirkung einer leuchtenden Glimmentladung in Wasserstoff auf eine reine Kaliumschicht.

Versuch 4. Wieder wird eine zusammenhängende Kaliumschicht aufgedampft. Die lichtelektrische Messung ergibt Kurve 4 in Fig. 4. Die zugehörige Beugungsmessung ist in Fig. 5a dargestellt. Die Maxima sind

108 st	82 m	70 m	37 sch	12 sch
K	*K*	*K*	*K*	*u*

Es treten nur Kaliummaxima auf, dazu schwach ein Maximum der unbekannten Schicht *u*.

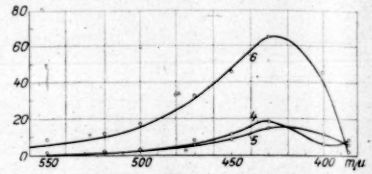


Fig. 4.
4. Zusammenhängende spiegelnde Kaliumschicht.
5. Nach Einwirkung von Wasserstoff auf Kalium (1 mm *Hg*) etwa 15 min.
6. Nach Glimmentladung 330 *V*, 10^6 Ω, 15 sec.

Spektraler photoelektrischer Effekt.

Versuch 5. (Entspricht Versuch 2). Die Oberfläche wird mit Wasserstoff beladen (ohne Glimmentladung). Die lichtelektrische Ausbeute hat sich kaum verändert. (Fig. 4, Kurve 5.) Die Beugungsmessung ergibt die Maxima in Fig. 5b.

127 m	104 m	46 sch	32 sch	22 sch	12 sch
KH	*KH*	*KH*	*u*	*K*	*u*

Bemerkenswert ist, daß hier wie bei dem entsprechenden Versuch 2 die Hydridmaxima weit-

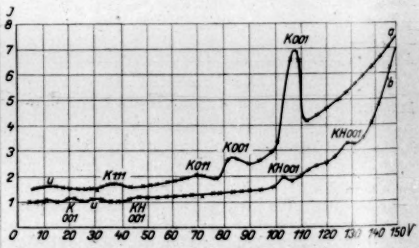


Fig. 5 a, b. Elektronenbeugung.
a) an zusammenhängender spiegelnder Kaliumschicht.
b) an Kalium mit Wasserstoff beladen.

aus am stärksten hervortreten. Nur ein Kaliummaximum ist angedeutet.

Versuch 6. Nunmehr wird eine leuchtende Glimmentladung von etwa 15 sec. Dauer stoßweise in Wasserstoff vorgenommen und der Glimmstrom wird durch einen äußeren Widerstand von 10^6 Ohm begrenzt. Die Zündspannung beträgt 330 *V*, der Wasserstoffdruck 1 mm *Hg*. Nach der Entladung hat sich die Schicht grünlich verfärbt. Die lichtelektrische Empfindlichkeit ist im gesamten Spektralbereich stark gestiegen

1) Vgl. hierzu R. Fleischer, Ann. d. Phys. **82**, 84. 1927.

gegenüber den vorhergehenden Messungen 3 und 4, Fig. 4, Kurve 6, und es bildet sich das bekannte starke selektive Maximum aus. Die Beugungsmessung an dieser sensibilisierten Schicht ist in Fig. 6 dargestellt. Die Maxima liegen bei

146 st	135 st	126 st	114 st	110 m	70 sch
K	*u*	*KH*	*KH*	*K*	*K*

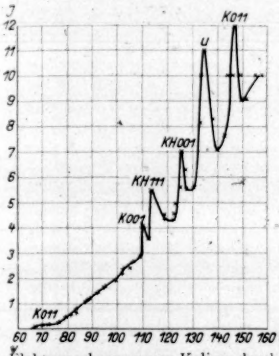


Fig. 6. Elektronenbeugung an Kalium durch Glimmentladung in Wasserstoff sensibilisiert. Schicht grünlich.

Dieselben Beugungszacken wurden bei Wiederholung der Messung nach 3 Stunden wiedergefunden mit Ausnahme von 110 *V*. Neu hinzu tritt 105 *V*.

146 st	135 st	125 st	115 st	105 st	70 sch
K	*u*	*KH*	*KH*	*KH*	*K*

Man ersieht daraus, daß die Maxima gut reproduziert werden können.

Da die Schicht grün verfärbt war, glauben wir, daß hier verhältnismäßig große Teilchen kolloidal suspendiert vorliegen. Diese Kaliumteilchen sind jedenfalls im Verhältnis zur gesamten reflektierenden Oberfläche groß genug, um die Beugungszacken scharf hervortreten zu lassen. Auf die Größe der Teilchen kommen wir später zu sprechen (Abschn. V).

Hauptversuche.

a) Wirkung von adsorbiertem Wasserstoff und verschiedenartiger Sensibilisierung.

Als Unterlage der Kaliumschicht wird ein oxydiertes Silberplättchen genommen. Wir haben diese Unterlage gewählt, um eine Legierung des Kaliums mit dem Silber zu verhindern. Auf diese Silberoxydschicht wird reines Kalium aufgedampft. Die Versuche werden diesmal so vorgenommen, daß die lichtelektrische Messung durch zwei Beugungsmessungen zeitlich eingegabelt wird. Der bei Zimmertemperatur noch relativ hohe Dampfdruck des Kaliums erschwert naturgemäß die Güte der Reproduzierbarkeit der Beugungsmessungen. Auch ist möglich, daß die auftreffenden Elektronen die lichtelektrische Schicht etwas verändern. Wir haben daher nach Möglichkeit die Kurven von kleinen zu großen Spannungen fortschreitend aufgenommen.

Versuch 7. Reines Kalium. Die Messung der lichtelektrischen Empfindlichkeit an reinem Kalium ergab die Kurve 7 der Fig. 7. Die lichtelektrische Ausbeute ist relativ gering. Die Beugungsmessung ergab vor der lichtelektrischen Messung die Maxima

194 m	151 m	145 sch	130 m
K	?	*K*	*KH*

Danach wurde gefunden,

196 m	150 sch	146 m	128 m

An dieser Schicht treten also im wesentlichen Kaliummaxima auf. Das Maximum bei 151 *V* gehört vielleicht auch dem Kalium zu (s. Versuch 11).

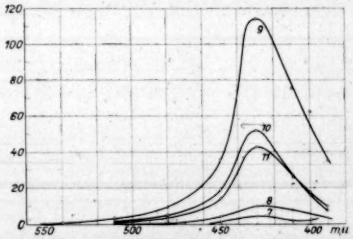


Fig. 7.
7. Zusammenhängende Kaliumschicht.
8. Nach Einwirkung von H^2 auf Kalium (0,1 mm *Hg*) etwa 16 Stunden.
9. Nach Glimmentladung in 0,3 mm *Hg*, Schicht rötlich violett.
10. Nochmaliges Aufdampfen von Kalium mit anschließender Glimmentladung.
11. Wiederholtes Aufdampfen von Kalium mit anschließender Glimmentladung.

Spektraler photoelektrischer Effekt.

Versuch 8. Wasserstoffeinwirkung (ohne Glimmentladung). Es wird Wasserstoff eingeführt bis zu einem Druck von 0,1 mm *Hg* und 16 Stunden lang in der Versuchsröhre stehen gelassen. Die lichtelektrische Empfindlichkeit ist gestiegen, Fig. 7, Kurve 8, ähnlich wie in Fig. 2, Kurve 3[1]). Die Beugungsmessungen an

1) Die Erklärung dafür kann in verringerter Austrittsarbeit liegen oder in der Erscheinung, daß molekulares Kalium in der adsorbierten Gashaut suspendiert ist. Dieses suspendierte Kalium ist wahrscheinlich so fein verteilt, daß keine Beugungen gefunden werden können, die dem Kalium angehören.

dieser Schicht ergaben nur zwei Maxima vor und nach der lichtelektrischen Messung.

196 sch	126 m
K	*KH*

Die Kaliummaxima des Versuchs 7 sind verschwunden in Übereinstimmung mit der vorhergehenden Versuchsreihe a). Das Hydridmaximum bei 126 *V* ist nach der lichtelektrischen Messung deutlich stärker ausgebildet als vorher.

Versuch 9. Wasserstoff mit Glimmentladung. In Wasserstoff von etwa 0,3 mm Druck wird eine leuchtende Glimmentladung bei 330 *V* Zündspannung und 5000 Ohm äußerem Widerstand durch die Röhre geschickt. Die Entladung dauert etwa 15 sec. unter stoßweiser Belastung der Röhre. Die Kaliumschicht verfärbt sich dabei rötlich-violett.

Die lichtelektrische Empfindlichkeit ist außerordentlich angestiegen und der selektive Effekt ist sehr stark ausgeprägt (Fig. 7, Kurve 9). Die Beugungsmessung an dieser Oberfläche ergibt Fig. 8

185 sch	161 sch	146 sch	136 sch	125 st
?	*KH*	*K*	*u*	*KH*

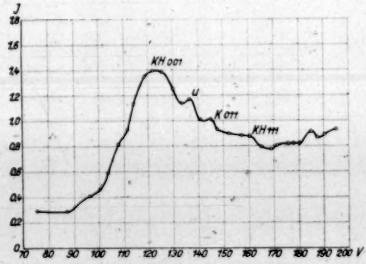


Fig. 8. Elektronenbeugung an Kalium, durch Glimmentladung sensibilisiert. Schicht rötlich violett.

Das Kaliumhydridmaximum bei 125 *V* ist sehr stark ausgeprägt. Alle anderen Maxima treten dagegen ganz zurück. In dieser rötlich-violett verfärbten Schicht ist das Kalium wahrscheinlich in dem Kaliumhydrid sehr fein suspendiert. Die Kaliumteilchen liegen unregelmäßig verteilt, sie können daher durch die Beugungsmessung kaum erfaßt werden.

Wir erwähnen hier noch eine Beobachtung, die wir nur an dieser Schicht machten: Nach der Beugungsmessung war die violette Färbung an der Reflexionsstelle des Elektronenstrahls verschwunden, so daß ein metallisch glänzender Fleck hervortrat.

Versuch 10. Auf diese Schicht wurde erneut Kalium aufgedampft und unmittelbar darauf eine Glimmentladung unter den gleichen Bedingungen wie oben vorgenommen. Die Kaliumschicht mag dabei noch schwach angewärmt gewesen sein. Die Oberfläche zeigte nach mehreren, im ganzen etwa 20 sec. dauernden, kurzzeitigen Stromstößen eine matt-grünliche Verfärbung.

An dieser Schicht wurde die lichtelektrische Kurve 10 der Fig. 7 gefunden. Die lichtelektrische Empfindlichkeit ist deutlich zurückgegangen. Die Beugungsmessung ergab die folgenden Maxima:

196 m	178 m	145 m	125 m
K	*K*	*K*	*KH*

An dieser grünlich verfärbten Schicht ist das Kaliumhydridmaximum nur schwach ausgebildet, hingegen treten gegenüber Versuch 9 zwei Kaliummaxima neu auf.

Versuch 11. Nochmaliges Aufdampfen von Kalium und Wiederholung der letzten Sensibilisierung ergibt eine lichtelektrische Empfindlichkeit, die durch Kurve 11, Fig. 7 dargestellt ist. Das selektive Maximum ist noch mehr zurückgegangen. Die Farbe der Schicht ist wieder grünlich. Die Beugungsmessung ergab folgende Maxima vor und nach der lichtelektrischen Messung:

194 m	185 m	178 m	150 m	146 m
K	?	*K*	?	*K*
127 sch	115 sch	110 st	72 sch	60 m
KH	*KH*	*K*	*K*	*K*

Es treten also sehr viele Kaliummaxima auf. Die Hydridmaxima kommen nur ganz schwach heraus. Die Maxima bei 185 und 150 *V* gehören vielleicht auch dem Kalium zu mit einem anderen inneren Potential als dem Mittelwert entspricht.

An dieser grünlichen Schicht sind die eingelagerten Kaliumteilchen offenbar größer als in der rötlich-violetten Schicht des Versuches 9. Daher ihre bessere Nachweismöglichkeit durch die Beugungsmessungen. Wir stellen einander gegenüber:

rötlich-violette Färbung	starke selektive Wirkung	kaum Kaliummaxima
grünliche Färbung	schwächere selektive Wirkung	sehr viele Kaliummaxima

Dieses experimentelle Ergebnis werden wir in Abschnitt V näher diskutieren.

IV. Zur Zuordnung der gemessenen Beugungsmaxima.

In den vorstehenden Versuchen und in einigen hier nicht beschriebenen haben wir an reinem Kalium die folgenden Maxima gefunden:

An reinem Kalium 195 177 151 146 108 82
75 70 60 37 22 8 *V*.

Diese Zahlen sind Mittelwerte, die im einzelnen Falle um etwa $\pm 2\ V$ schwanken. Das Maximum bei $8\ V$ ist daher am ungenauesten.

Die Kaliumschicht ist vielkristallin. Enthält sie sehr viele kleine Kriställchen, so ist stets eine gewisse Wahrscheinlichkeit vorhanden, daß einige dieser Kriställchen gerade die Braggsche Reflexionsbedingung erfüllen. Häufig lagern an der Kaliumoberfläche auch größere Kriställchen im richtigen Reflexionswinkel, so daß manche Maxima sehr ausgeprägt auftreten. Es gilt, die gefundenen Maxima dem bekannten Kaliumgitter zuzuordnen. Hierbei ist in der Gleichung

$$E_0 = \frac{150}{4}\left(\frac{n}{d}\right)^2 - V\cos^2\vartheta$$

die Lage des Beugungsmaximums V bekannt, ebenso der Beugungswinkel $\vartheta = 60^0$ und die Gitterkonstante des Kaliums $a = 5{,}20$ Å. Variiert werden die Millerschen Indizes, die Ordnungszahlen n, unter denen auch halbe Ordnungszahlen zugelassen werden sollen. Die Zuordnung wird als richtig angesehen, wenn für das innere Potential E_0 sich stets derselbe Mittelwert ergibt.

Bei dieser Art der Zuordnung entziehen sich reelle Schwankungen des inneren Potentials E_0 der Feststellung und es ist mit der Möglichkeit zu rechnen, daß Maxima falsch indiziert werden. Um die richtige Indizierung zu entscheiden, müßte der Winkel ϑ variiert werden. Das haben wir hier nicht getan, da es uns im wesentlichen darauf ankam, zu unterscheiden zwischen Maxima an reinem Kalium und Maxima am Kaliumhydrid, welche Entscheidung auch ohne Zuordnung der Maxima rein empirisch möglich ist.

An hydrierten Kaliumschichten (Gemisch aus K- und KH) haben wir außer einigen der oben angeführten Maxima noch neue Maxima hinzugefunden, deren Mittelwerte wir hier zusammenstellen.

An Kaliumhydrid:

162 141 125 115 104 94 67 46 V.

An reinem wie an hydriertem Kalium gemeinsam haben wir ferner noch gefunden:

135 87 32 12 V.

Diese Maxima sind in den beschriebenen Versuchen einer unbekannten Schicht zugeschrieben und mit u bezeichnet. Alle bisher aufgeführten Maxima kamen in wiederholten Versuchsreihen immer wieder vor.

Jeweils zweimal fanden wir das Maximum 185 V und nur einmal ein Maximum 50 V. Für diese zwei Maxima können wir keinerlei Zuordnung angeben.

Bisweilen haben wir an reinem Kalium schwache KH-Maxima festgestellt. Es liegt das wohl daran, daß eine genügend gute Entgasung des Kaliums infolge der vielen Metallmassen in unserem Versuchsrohre äußerst schwierig durchzuführen ist[1]).

Beugung an Kalium. Die Beugungszacken an Kalium lassen sich dem bekannten kubischen Kaliumgitter zuordnen, wie die Zusammenstellung in Tabelle I zeigt.

Tabelle I.
Maxima an reinem Kalium.
$a = 5{,}20$ Å. $\vartheta = 60^0$.

V	$h\ k\ l$	n	E_0
195	0 1 1	4,5	7,4
177	1 1 1	3,5	6,9
146	0 1 1	4	7,8
108	0 0 1	5	7,7
82	0 0 1	4,5	7,5
75	1 1 1	2,5	7,2
70	0 1 1	3	7,3
60	0 0 1	4	7,2
37	1 1 1	2	7,3
22	0 0 1	3	7,0
(8)	1 1 1	1,5	(7,3)

Mittelwert $7{,}3 \pm 0{,}2$

Es treten alle einfachen Millerschen Indizes auf, bevorzugt aber ist (001). Auch ist die Intensität der Beugungszacken, die wir (001) zuschreiben, stets deutlich größer gefunden worden, wie die der anderen Reflexionen. Besonders scheint (111) zurückzutreten. Halbe Ordnungszahlen müssen für einzelne Maxima zur Erklärung hinzugenommen werden.

Für das mittlere innere Potential des Kaliums folgt $7{,}3\ V$[2]) mit einem mittleren Fehler von $\pm 0{,}2$. Das Maximum $151\ V$ läßt sich mit einem inneren Potential von $7{,}3\ V$ nicht erklären. Wir glauben aber doch, daß es dem Kalium zugehört.

Beugung an Kaliumhydrid. Die an hydriertem Kalium gefundenen Maxima können nicht in derselben Weise indiziert werden wie die an reinem Kalium, da das Gitter von Kaliumhydrid aus Röntgenstrahluntersuchungen nicht bekannt ist. Wir haben daher versuchsweise angenommen, das innere Potential E_0 von $7{,}3\ V$ gelte auch für Kaliumhydrid, und haben gefragt, ob die gefundenen Beugungsmaxima durch eine bestimmte Gitterkonstante erklärt werden können. Das scheint in der Tat der Fall zu sein, wie die Tab. II erkennen läßt. Es läßt sich für das Kaliumhydrid auf der Kaliumunterlage ein ku-

1) Wir möchten damit in Zusammenhang bringen, daß wir an reinem Kalium eine wenn auch sehr schwache selektive Wirkung, Fig. 4 und 7, welche man in diesem Spektralbereich dem Wasserstoff zuschreiben muß, messen konnten. Fleischer gelang es, durch äußerste Entgasung den selektiven Effekt zum Verschwinden zu bringen und nur den normalen zu beobachten. (Siehe Ann. d. Phys. **82**, 84, 1927.)

2) Der E_0-Wert ist bereits mitgeteilt in „Ergebnisse der exakt. Naturwiss.", Bd. **9**, S. 110.

bisches Gitter mit der Gitterkonstanten von $5{,}4 \pm 0{,}1$ Å errechnen. Abgesehen von dem einen Wert 5,60 für 46 V liegen die Schwankungen der Gitterkonstanten zwischen 5,28 und 5,48 Å.

Tabelle II.
Maxima an Kaliumhydrid.
$\vartheta = 60^0$.

V	$h\,k\,l$	n	E_0	a
162	1 1 1	3,5	7,3	5,38
141	0 1 1	4	An-	5,31
125	0 0 1	5,5	nahme	5,42
115	1 1 1	3		5,32
104	0 0 1	5		5,32
94	0 1 1	3,5		5,46
67	0 1 1	3		5,30
46	0 0 1	4		5,64

Mittel $5{,}40 \pm 0{,}1$ Å

Ob die gewählte Zuordnung richtig ist, könnte erst eine röntgenographische Gitterbestimmung des Kaliumhydrids ergeben.

Wir haben die gefundene Gitterkonstante rechnerisch geprüft unter Zugrundelegung des spezifischen Gewichts von Kaliumhydrid. Das spezifische Gewicht ϱ wird zu $\varrho = 1{,}47$ angegeben[1]). Nimmt man als Zahl der Atome im Elementarkörper $z = 2$ an, so folgt $a = 5{,}6$ Å. Der mit Elektroneninterferenzen gefundene Wert $a = 5{,}4$ Å steht also in befriedigender Übereinstimmung mit der aus dem spezifischen Gewicht berechneten Gitterkonstante, wobei man noch beachten muß, daß der angenommene E_0-Wert für KH nur in Annäherung gültig sein kann.

Beugung an der Schicht u. Die Maxima der unbekannten Schicht lassen sich alle ein- und demselben Netzebenenabstand $d = 2{,}9$ Å zuordnen, wie die Zusammenstellung der Tab. III zeigt. Auch hier ist das innere Potential des Kaliums $E_0 = 7{,}3$ V als wirksam angenommen. Trotz der guten Übereinstimmung der einzelnen Werte für die Netzebenenabstände, die nur zwischen 2,85 und 2,94 schwanken, möchten wir die gewählte Zuordnung mit allem Vorbehalt mitteilen. Über die Natur der Schicht u kann nichts ausgesagt werden.

Tabelle III.
Maxima an der unbekannten Schicht u
$\vartheta = 60^0$

V	n	E_0	d
135	3	7,3	2,87
87	2,5	Annahme	2,85
32	2		3,03
12	1,5		2,86

Mittel $2{,}9 \pm 0{,}05$ Å

1) Chemiker-Kalender 1930, wo $\varrho = 1{,}47$ angegeben wird im Gegensatz zu dem Wert von Moissan $\varrho = 0{,}80$.

V. Diskussion der Versuchsergebnisse.

Unsere Ergebnisse sollen im folgenden mit den bisherigen Untersuchungen und Anschauungen auf lichtelektrischem Gebiet verglichen werden.

Versuche an reinem Kalium. Die lichtelektrischen Messungen an reinem Kalium sind in Übereinstimmung mit der sonstigen Erfahrung. Die spektralen Photoströme sind relativ schwach ausgebildet. Die Elektroneninterferenzen haben Maxima ergeben, die sich dem Kaliumgitter zuordnen ließen. Von den gefundenen 12 Maxima mußten wir fünf mit halben Ordnungszahlen belegen. Halbzahlige Maxima hat der eine[1]) von uns an Metallen stets dann gefunden, wenn Wasserstoff auf das Metall einwirkte. Es ist sehr wahrscheinlich, daß in dem von uns verwendeten, obwohl gut destillierten Kalium noch Wasserstoff enthalten war. Dafür spricht auch das vereinzelte Auftreten schwacher Hydridmaxima bei den Messungen an reinem Kalium und der wenn auch sehr schwachen selektiven lichtelektrischen Wirkung bei 436 $m\mu$ (Abb. 4 und 7).

Daß der Wasserstoff auch nach mehrmaliger Destillation noch nicht ganz verschwunden ist, steht in Übereinstimmung mit der bisherigen lichtelektrischen Erfahrung.

Versuche an hydriertem Kalium. Von besonderem Interesse scheinen uns die Ergebnisse an den durch Glimmentladung sensibilisierten Oberflächen zu sein, wobei der selektive Photoeffekt besonders stark ausgebildet war. Die Beugungsmessungen an diesen Schichten zeigen das gleichzeitige Vorhandensein von Kalium und Kaliumhydrid an, jedoch scheint zwischen der Ausbildung der Kaliummaxima und der Schichtfarbe ein eindeutiger Zusammenhang zu bestehen.

Bereits Elster und Geitel haben bei ihren Versuchen gefunden, daß Kaliumhydrid im sichtbaren Spektralbereich lichtelektrisch unwirksam ist. Die Zentren der lichtelektrischen Wirkung sind nach ihnen in den kolloidal eingelagerten Kaliumteilchen zu suchen. Diese Teilchen rufen auch die Verfärbung des an sich farblosen Kaliumhydrides hervor.

Wir möchten hier darauf hinweisen, daß zwischen der beobachtbaren Farberscheinung und dem durchschnittlich am häufigsten auftretenden Durchmesser der Kaliumteilchen ein Zusammenhang bestehen wird. Wir beziehen

1) E. Rupp, Ann. d. Phys. 5, 453, 1930.

uns dabei zunächst auf Messungen von Th. Svedberg[1]) an kolloiden Lösungen von Kalium in Äther bei elektrischer Zerstäubung des Metalls. Svedberg beobachtete, daß mit wachsender Teilchengröße des Kolloids die Verfärbung von Violett nach Grün wandert.

Eine neuere Untersuchung von Savostianowa[2]) befaßt sich mit der Größe der kolloidal in verfärbtem Steinsalz eingelagerten Natriumteilchen. Unter Zuhilfenahme der Mieschen Theorie wird eine Beziehung zwischen Farbe und Teilchengröße berechnet, die wir in Tab. IV wiedergeben.

Tabelle IV.

Teilchengröße	Farbe
0 — 20 mμ	rötlich
20 — 40 mμ	violett
40 — 80 mμ	blau
— —	(grün)[3])

Die Übertragung dieser Beobachtungen auf die sensibilisierte Kaliumoberfläche besagt, daß violett verfärbte Schichten einen durchschnittlich kleineren Durchmesser der kolloidalen Teilchen aufweisen als grün verfärbte.

Unsere Beugungsmessungen aber sagen aus: Die Kaliummaxima an den grünlich verfärbten Schichten sind stärker ausgeprägt und treten in größerer Zahl auf als an den rötlichviolett verfärbten. Zwischen der Ausbildung der Beugungsmaxima und der Teilchengröße wird daher ein unmittelbarer Zusammenhang bestehen; je größer die Teilchen, desto besser die Ausbildung der Elektroneninterferenzen.

Mit dieser Feststellung aber glauben wir den Anschluß an die aus lichtelektrischen Untersuchungen entwickelten Anschauungen von Pohl und Pringsheim bzw. Gudden und Pohl über den selektiven Photoeffekt gefunden zu haben. Danach hat der selektive Photoeffekt seine Ursache in molekular oder atomar verteilten Kaliumteilchen im Kaliumhydrid und die Größe des Effektes ist von der Teilchengröße abhängig. Bei kleinen Durchmessern der Kaliumteilchen bleiben die lichtelektrisch ausgelösten Elektronen nicht in so starkem Maße auf dem Wege von der Auslösestelle zur Oberfläche stecken wie bei größeren Teilchen, sie werden damit in größerer Anzahl der Beobachtung zugänglich.

Atomar in irgendeinem Mittel suspendiertes Kalium würde keine Elektroneninterferenzen geben können. Die relative Zunahme der lichtelektrischen Wirkung durch Adsorption von Wasserstoff auf Kalium könnte man so deuten, daß Kalium atomar in der angelagerten Gasschicht suspendiert wird. An derartigen Schichten wurden auch tatsächlich keine Kaliummaxima beobachtet.

Durch die Glimmentladung wird die Ausbildung größerer Kaliumpartikel begünstigt. Elektroneninterferenzen am Kaliumgitter treten um so stärker auf, je größer die Partikel sind. Der selektive Photoeffekt hat bei einer gewissen Partikelgröße offenbar ein Optimum und nimmt dann wieder ab.

Die vorliegende Untersuchung befaßt sich nicht mit so dünnen Schichten, für die sich die Bezeichnung „monatomar" eingebürgert hat. Wir haben für diese Fälle ebenfalls Beobachtungsmaterial gesammelt und werden später darauf zurückkommen.

Zusammenfassung.

Es wird eine Versuchsmethode beschrieben, welche gestattet, lichtelektrische Messungen und Interferenzuntersuchungen mit reflektierten Elektronen an der gleichen Kaliumschicht vorzunehmen.

Zur Untersuchung gelangen: reines Kalium, die Einwirkung von Wasserstoff und die Einwirkung einer leuchtenden Glimmentladung in Wasserstoff auf die lichtelektrischen und Struktur-Eigenschaften der Oberfläche.

Die Strukturuntersuchungen führen zu einer Bestimmung des mittleren inneren Potentials des Kaliums zu 7,3 *V*, sowie zur Ermittlung der röntgenographisch noch nicht gemessenen Gitterkonstanten des Kaliumhydrids zu $5{,}4 \pm 0{,}1$ Å bei kubischem Gitter.

Der Zusammenhang zwischen der Ausbildung des selektiven Photoeffekts und der Elektronenbeugungsmaxima wird durch folgende Zusammenstellung charakterisiert:

Lichtelektr. Schicht	Farbe	Beugungsmaxima	Selektiver Photoeffekt	Teilchengröße des eingelagerten Kaliums
Reines *K*	metallisch	*K*	schwach	—
Einwirkung von H_2 auf *K* .	„	nur *KH*	etwas stärker	(sehr klein, atomar)
Glimmentladung in H_2 . . .	rötlich-violett	*KH* wenig *K*	stark	klein (molekular)
Starke Glimmentladung in H_2	grünlich	*K* und *KH*	wieder schwächer	größer

1) Th. Svedberg, Ark. f. Kemi 2, Nr. 14, S. 1 u. Nr. 21, S. 1, 1905.
2) A. Savostianowa, Zeitschr. f. Phys. 64, 262, 1930.
3) Von uns hinzugefügt.

Die Untersuchung gibt der besonders von Pohl vertretenen Auffassung über den selektiven Photoeffekt als verursacht durch atomare bzw. molekulare Einlagerung von K in KH unter Abhängigkeit der Größe des selektiven Photoeffekts von der Teilchengröße des K eine unmittelbare Stütze.

Berlin, den 23. Oktober 1930.

(Eingegangen 11. November 1930.)

Über gekoppelte Oszillatoren.

Von W. Kossel.

1. Bei der Einführung der Resonanzbetrachtungen in der neueren Quantenphysik wird gewöhnlich an die klassischen Resonanzphänomene angeknüpft. Bei diesem Anlaß fiel dem Verfasser auf, daß die klassische Behandlung der gekoppelten Systeme, die in wichtigen zusammenfassenden Darstellungen noch heute unverändert wiedergegeben wird, von etwas spezielleren Voraussetzungen abhängt, als man anzugeben pflegt. Es besteht die eigentümliche Lage, daß die üblichen Ansätze gerade für das System, das man zunächst als das Einfachste zur Einführung zu besprechen pflegt — gekoppelte Pendel — dynamisch eine Lücke enthalten, während sie für die dann als analog eingeführten elektrischen Schwingungskreise unter den dort üblichen Voraussetzungen richtig sind. Eine Folgerung daraus ist z. B. die gewohnte Angabe, von den beiden Koppelungsfrequenzen gleichgestimmter Systeme sei, wie man auch die Koppelung vornehme, stets die eine erniedrigt, die andere erhöht gegen die Frequenz der getrennten Einzelsysteme. Das erstere trifft im mechanischen Beispiel nicht zu. Diese gern zur Erläuterung der London-Heitlerschen Behandlung der homöopolaren Kräfte herangezogene Erniedrigung der Frequenz im symmetrischen Falle existiert für die einfache Kraftkoppelung gar nicht. Da man andererseits von den elektrischen Schwingungskreisen her gewohnt ist, sie auftreten zu sehen, ist augenscheinlich ein genaueres Eingehen nötig.

Da Verfasser gesprächsweise fand, daß diese Verhältnisse, obwohl strenge Darstellungen des mechanischen Beispiels existieren[1]), wenig bekannt sind, sei es erlaubt, eine elementare Übersicht davon zu geben.

Der Kürze halber beschränken wir uns hier auf den für den atomphysikalischen Vergleich wichtigen Fall gleicher Systeme. Die Korrektur, die an der üblichen Darstellungsweise ungleicher und nicht abgestimmter Systeme anzubringen ist, ist danach leicht zu entwickeln. Einiges darüber soll an anderer Stelle gegeben werden.

Wir geben zunächst in einfachster Form die Grundtatsache. Zwei gleichartige Pendel seien an völlig festem Gestell aufgehängt und durch eine masselose Feder verbunden. Die niedrigere Koppelungsfrequenz, die uns hier interessiert, entspricht gleichsinniger Bewegung beider Pendel mit gleicher Amplitude. Man bemerkt sofort, daß die Feder, da ihre Länge sich während solcher Bewegung nicht ändert, keinen Beitrag zur Beschleunigung ergibt. Wir können sie durch eine masselose starre Stange ersetzen, ohne am Vorgang etwas zu ändern. Dann haben wir die Bewegung eines Systems, das die doppelte Masse und die doppelte Direktionskraft besitzt, wie eines der Einzelpendel. Es zeigt also dieselbe Frequenz.

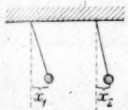
Woher rührt nun die augenscheinlich fehlerhafte Aussage der üblichen Rechnung, nach der diese Frequenz erniedrigt sein soll? — Die verschiedenen Darstellungen, in denen sich diese Behauptung mit merkwürdiger Hartnäckigkeit durch die Jahrzehnte seit Oberbeck erhalten hat, verwenden entweder ein dynamisch unvoll-

1) Eine bis zur Frequenzbestimmung streng durchgeführte Behandlung der gekoppelten Pendel gibt Dießelhorst in Müller-Pouillet, 5. Aufl. I, 1, S. 442, 1929. Ebenso steht es mit der soeben in dieser Zeitschrift erscheinenden Darstellung eines Federmodells durch Stockmann (Physik. Zeitschr. **31**, 939, 1930), doch sind hier die Konsequenzen für den Resonanzbegriff noch nicht gezogen, der noch im alten Sinne gegeben wird. Ferner ist die Frequenzangabe in der letzten Auflage von Cl. Schaefer, Einführung in die Theoretische Physik I, S. 300, 1929, richtig gestellt (die Berufung darauf als Erläuterung der London-Heitlerschen Anziehung bei Eucken, Lehrbuch der chemischen Physik, S. 698, 1930, trifft also nicht mehr zu). Das eigentliche „Doppelpendel" — ein Pendel am anderen hängend — ist natürlich als Beispiel für die Wechselwirkung gleichartiger Atome prinzipiell nicht brauchbar — da die Teilsysteme in verschiedener Lage sind (für die beiden Massen verschieden gebaute Differentialgleichungen angesetzt werden müssen) und das Gleiche gilt für andere, sonst gerade wegen des eindrucksvollen Wechsels des Bewegungstyps gern behandelte Beispiele wie etwa die Stahlfeder auf der Zinke einer Stimmgabel. Mehrfach finden sich Darstellungen für die gekoppelten Pendel, in denen zwar die Differentialgleichung streng angesetzt, aber dennoch durch eine Verwechslung zwischen verschieden definierten Eigenfrequenzen wieder die unrichtige Angabe über die absolute Lage der Koppelungsfrequenzen erhalten wird — die erste ist Oberbecks Originalarbeit von 1888. Der von vornherein unvollständige Ansatz der Differentialgleichung, der zwangläufig auf die unrichtigen Werte führt, wird z. B. in letzter Zeit noch im Handbuch der Physik VIII, Akustik, S. 5 ff., 1928 gegeben.

ständiges System von Differentialgleichungen oder setzen — was damit gleichwertig ist — die Eigenfrequenz des Einzelpendels ohne weiteres gleich der Frequenz, die es als Freiheitsgrad (wir bleiben beim einfachen linearen Fall) des Gesamtsystems zeigt.

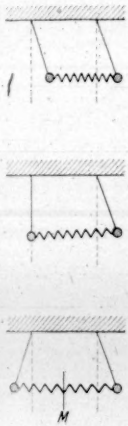
2. Der Betrachtung der üblichen Rechnung stellen wir die der einfachsten Bewegungsformen des Systems voran.

Masse und Direktionskraft des Einzelpendels heiße m und f, die Ausschläge x_1 und x_2. Die



1. Pendel frei.

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{f}{m}}.$$



2. Pendel gekoppelt.

a) symmetrische Bewegung:
$x_2 = x_1$

$$\nu_s = \nu_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{f}{m}}.$$

b) ein Pendel festgehalten:
$x_1 = 0$

$$\nu_f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{f+f_{12}}{m}}.$$

c) antisymmetrische Bewegung:
$x_2 = -x_1$

$$\nu_a = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{f+2f_{12}}{m}}.$$

Fig. 1.

Direktionskraft der Feder — die Kraft, die bei Verzerrung aus der Normallänge um eine Längeneinheit an ihren Enden auftritt — heiße f_{12}.

1. Die Pendel sind ungekoppelt und zeigen beide

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{f}{m}}.$$

2. Die Pendel sind mittels f_{12} gekoppelt.

a) Die symmetrische Bewegung ergibt ν_0.

b) Ein Pendel werde festgehalten. Bei Verrückung des zweiten aus der Ruhelage um x_2 tritt die rücktreibende Kraft $(f+f_{12})x_2$ auf. Seine Frequenz ist also

$$\nu_f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{f+f_{12}}{m}},$$

d. h. um einen Betrag $\Delta\nu$ vergrößert. Dies ist also die Eigenfrequenz, die das Einzelpendel als Freiheitsgrad des Gesamtsystems bei Festlegung der übrigen Koordinaten — hier einfach des zweiten Pendels — zeigt. Sie ist nicht identisch mit ν_0, wie meist angenommen wird. Im bekannten Fall der vollständigen Energiewanderung (Amplituden der Kopplungsfrequenzen gleich) ist augenscheinlich der hier betrachtete Fall der Fixierung des ersten Pendels praktisch realisiert, sobald das zweite die Gesamtenergie aufgesogen hat. Man erkennt schon an diesem Vergleich, daß ν_f die Frequenz ist, die man in der bekannten Schreibweise mit zeitlich variabler Amplitude anzuwenden hat.

c) Antisymmetrische Bewegung. $x_2 = -x_1$. Der Mittelpunkt M der homogenen Feder ruht dauernd. Wir können ihn am Gestell fixiert denken und ein Pendel mit seiner Federhälfte streichen. Das nun allein betrachtete schwingt, da die Feder halbiert ist, unter doppelter zusätzlicher Direktionskraft, also mit

$$\nu_a = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{f+2f_{12}}{m}},$$

was wir im Falle schwacher Kopplung, $f_{12} \ll f$, als $\nu_a = \nu_0 + 2\Delta\nu$ schreiben können. In diesem Fall umgeben also die beiden Koppelungsfrequenzen ν_0 und $\nu_0 + 2\Delta\nu$ symmetrisch die Frequenz $\nu_f = \nu_0 + \Delta\nu$, die das Einzelpendel nach Einfügung ins Gesamtsystem zeigt.

Eine Erniedrigung der Frequenz gegen ν_0 durch die Koppelung aber findet sich nirgends. Die vermehrte Bindung der Kraftkoppelung vermag, soweit sie nicht praktisch ausgeschaltet ist (symmetrischer Fall) nur frequenzerhöhend zu wirken.

3. Der übliche Ansatz der Differentialgleichungen lautet:

$$m_1\ddot{x}_1 + f_1 x_1 + \varkappa x_2 = 0,$$
$$m_2\ddot{x}_2 + f_2 x_2 + \varkappa x_1 = 0.$$

Zu Trägheits- und Kraftterm des freien Einzelsystems, die durch die Faktoren m und f charakterisiert sind, wird ein weiteres Kraftglied hinzugefügt, das man einfach der fremden Koordinate proportional setzt. Ein aufmerksamer Beobachter bemerkt allerdings leicht, daß die Wechselwirkung auch von der eigenen Koordinate abhängt — daß es etwa für die Spannung der verbindenden Feder nicht gleichgültig ist, welche Lage das Pendel selbst einnimmt. Meist scheint dies als eine Art Schönheitsfehler dieses Mechanismus gewertet zu werden, der nicht im Stande sei, die schöne einfache Differentialgleichung zu realisieren, und man begegnet öfters der Meinung, es werde sich gewiß leicht ein anderer besserer angeben lassen. In der Tat aber ist dieser Punkt

nicht so leicht zu nehmen, — man begeht mit dem üblichen „einfachen" Differentialgleichungssystem hier nichts Geringeres als eine Verletzung des Reaktionsprinzipes.

Man macht nämlich die seltsame Annahme, die Feder sei imstande, am einen Ende eine mit x_2 proportionale, am andern eine mit x_1 proportionale Kraft zu vermitteln, ohne ihr eine Masse zuzubilligen, welche die Resultante der danach im allgemeinen verschiedenen Reaktionskräfte auf die Feder aufnehmen könnte. Die Kräfte, die man an einem masselosen Organ auftreten läßt, müssen stets unmittelbar das Reaktionsprinzip erfüllen. Die Feder hätte dies System, in dem ihr bei verschwindender Masse eine endliche Gesamtkraft aufgeprägt wird, danach mit unendlich großer Beschleunigung zu verlassen.

Das übliche Gleichungssystem ist also dynamisch unvollständig, und an diesem Punkt hängt in der Tat das Rechenergebnis, von dessen physikalischer Unrichtigkeit wir uns im Eingang überzeugt haben. Um den Verstoß gegen das Reaktionsprinzip daraus zu entfernen, ist für jedes Pendel noch die Reaktion auf die Kraft einzuführen, die es auf das andere ausüben soll, also für das erste eine weitere Kraft $-\varkappa x_1$, für das zweite $-\varkappa x_2$. Man erhält so denselben Ansatz, wie wenn man von vornherein überlegt, daß die trägheitslose Feder momentan stets an beiden Enden gleiche und entgegengesetzt gerichtete Kräfte ausübt, deren Betrag mit ihrer gesamten Verzerrung, also mit $(x_2 - x_1)$ proportional ist. Die gesamte Reaktionskraft, die sie erfährt, verschwindet also, und die Annahme verschwindend kleiner Masse führt auf keinen Widersinn mehr.

Die Differentialgleichung lautet also vollständig:

$$m_1 \ddot{x}_1 + f_1 x_1 - f_{12}(x_2 - x_1) = 0$$
$$m_2 \ddot{x}_2 + f_2 x_2 - f_{12}(x_1 - x_2) = 0$$

oder

$$\ddot{x}_1 + \frac{f_1 + f_{12}}{m_1} x_1 - \frac{f_{12}}{m_1} x_2 = 0$$
$$\ddot{x}_2 + \frac{f_2 + f_{12}}{m_2} x_2 - \frac{f_{12}}{m_2} x_1 = 0$$

oder

$$\ddot{x}_1 + \omega_{f_1}^2 x_1 - \frac{f_{12}}{m_1} \cdot x_2 = 0$$
$$\ddot{x}_2 + \omega_{f_2}^2 x_2 - \frac{f_{12}}{m_2} x_1 = 0,$$

während die alte Schreibweise im zweiten Term unrichtig ω_0^2 erhielt. Nullsetzen der fremden Koordinate führt natürlich wieder auf die in § 2 unter 2b behandelte Bewegung als Teil des Gesamtsystems. Von hier aus läuft die Rechnung auf dem altbekannten Wege über die biquadratische Gleichung — nur steht überall ω_f, wo man ω_0 zu setzen pflegte[1]). Demgemäß ergeben sich für Resonanz die Quadrate der beiden Koppelungsfrequenzen in symmetrischer Lage um ω_f^2, nicht um ω_0^2, und die niedrigere unter ihnen ist identisch mit ω_0.

Der auf dem üblichen Wege erreichte Endausdruck für die Koppelungsfrequenz $\omega_\varkappa$ lautet:

$$\omega_\varkappa^2 = \frac{1}{2}\left\{\omega_{f_1}^2 + \omega_{f_2}^2 \pm \sqrt{(\omega_{f_1}^2 - \omega_{f_2}^2) + 4\frac{f_{12}^2}{m_1 m_2}}\right\}.$$

Für Resonanz ist also entscheidend, daß

$$\omega_{f_1} = \omega_{f_2} = \omega_f.$$

Dann wird

$$\omega_\varkappa^2 = \omega_f^2 \pm \frac{f_{12}}{\sqrt{m_1 m_2}}.$$

Sind die Systeme identisch, also $m_1 = m_2 = m$, $f_1 = f_2 = f$, so ergibt sich:

$$\omega_\varkappa^2 = \omega_f^2 \pm \frac{f_{12}}{m}$$
$$= \omega_0^2 + \frac{f_{12}}{m} \pm \frac{f_{12}}{m}.$$

demnach die Einzelwerte:

$$\omega_\varkappa'^2 = \omega_0^2,$$
$$\omega_\varkappa''^2 = \omega_0^2 + 2\frac{f_{12}}{m}.$$

Für identische Systeme ist, da $m_1 = m_2$, die Resonanzbedingung:

$$\omega_{f_1} = \omega_{f_2}$$

oder

$$\omega_1^2 + \frac{f_{12}}{m_1} = \omega_2^2 + \frac{f_{12}}{m_2},$$

gleichbedeutend mit

$$\omega_1 = \omega_2$$

d. h. der gewohnten Aussage, daß die Systeme in freiem Zustande die gleiche Frequenz zeigen müssen, um bei Koppelung die charakteristischen Resonanzerscheinungen, etwa die vollständige Energiewanderung, zeigen zu können. Die Aussage trifft aber nur für diesen Einzelfall zu. Zwei Systeme, die $\omega_1 = \omega_2$ oder $\frac{f_1}{m_1} = \frac{f_2}{m_2}$ erfüllen, dabei aber verschiedene f und m besitzen, also gleich abgestimmt, aber verschieden gebaut sind, sind nicht fähig, bei endlicher symmetrischer Koppelung einen in Strenge vollständigen Energieaustausch zu zeigen. Ihre ω_f werden ja verschieden. Hieran lassen sich leicht Demonstrationsversuche knüpfen, die die von uns hervor-

[1]) Dasselbe gilt natürlich für den Hamilton-Ausdruck, wie ihn z. B. Heisenberg in seiner grundlegenden Heliumarbeit zitiert.

gehobene Bedeutung der scharfen Unterscheidung von ω_1 bzw. ω_2 und ω_{f_1} bzw. ω_{f_2} deutlich vor Augen führen und demnächst an anderer Stelle beschrieben werden sollen[1]).

4. Wir fügen zur Beantwortung naheliegender Fragen zwei Bemerkungen hinzu.

Es ist leicht, ohne Verletzung der dynamischen Vollständigkeit einen Mechanismus anzugeben,

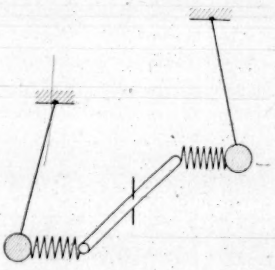
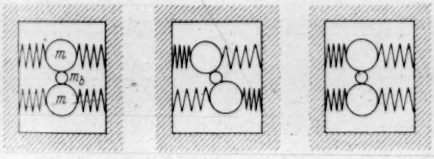


Fig. 2.

der das Vorzeichen der übertragenen Kräfte umkehrt. Es verbinde etwa (Fig. 2 deutet ein Schema an) ein doppelarmiger Hebel die Teile der halbierten Feder, deren Enden an den Pendelkugeln angreifen. Die Pendel schwingen nun bei der unveränderten Frequenz ν_0 in entgegengesetztem — bei der erhöhten ν_s in gleichem Sinne — bei reiner Kraftkoppelung.

Zwei gleiche Massen m seien mit gleichen Federn in einem festen Rahmen eingespannt (Fig. 3). Wir koppeln sie durch eine feste Verbindung b mit träger Masse m_b. Hier ist es die antisymmetrische Koppelungsschwingung (a), die auf der Frequenz des freien Einzelsystems bleibt — doppelte Masse, doppelte Direktionskraft[2]) — die koppelnde Masse bleibt in Ruhe, — die symmetrische (s) aber ist erniedrigt — doppelte Direktionskraft, aber mehr wie doppelte



Ruhelage $x_1 = x_2 = 0$ | a $x_2 = -x_1$ | s $x_2 = x_1$

Fig. 3.

Masse, da die verbindende mitgenommen wird. Wir haben also als Gegenbeispiel zu unserer masselosen Feder, die eine von dem Zustand beider Systeme abhängige Kraft, aber keine Trägheit einbrachte, nun ein Organ, das keine explicit von den Koordinaten abhängige Kraft, dafür eine vom Zustand beider Systeme abhängige Zusatzträgheit einführt: die träge Masse, auf deren Beschleunigung die Direktionskraft des Einzelsystems einzuwirken hat, hängt von der Bewegung des anderen Teilnehmers ab[1]). Wiederum aber greift die eigene Bewegung mit in die Bestimmung der Wechselwirkung ein und wiederum ist das koppelnde Organ bei der einen Koppelungsschwingung dynamisch ausgeschaltet, so daß die freie Frequenz resultiert[2]). Die andere, verstimmte, Koppelungsfrequenz ist nunmehr, da ein träges Organ mitwirkt, erniedrigt, während sie erhöht war, als wir das reine Kraftkoppelungsorgan benutzten. Die Verlagerung ist aber stets einseitig. In keinem der Fälle ergibt sich die gewöhnlich beschriebene symmetrische Aufspaltung um ν_0.

5. In strenger Analogie mit dem mechanischen Fall lassen sich Paare von elektrischen Schwingungskreisen behandeln. Auch hier bleibt stets bei der einen Koppelungsschwingung das koppelnde Organ inaktiv — freilich bedarf es in manchen Fällen genauen Zusehens, um dies zu bemerken — und die Frequenz wird der gleich, die ein nur aus den nichtkoppelnden Organen zusammengesetzter Einzelkreis zeigt.

Als unabhängige Variable gebrauchen wir im Folgenden die Ladung des Kondensators. Sie entspricht der „Lage" der Elektrizitätsmenge und werde deshalb, um die Analogie mit der mechanischen Lagenkoordinate zu betonen, mit q bezeichnet.

Wir betrachten zunächst eine kapazitive Koppelung (Fig. 4). Die Pfeile deuten die Koppelungsschwingung an, bei der der koppelnde Kondensator dauernd ungeladen bleibt. Sein Zweig bleibt also stromlos — die Schwingung spielt sich ganz in der außen herumführenden Strombahn ab, die $2\,L$ und $^1/_2\,C$ besitzt, also die Eigenfrequenz des Einzelkreises,

1) Zeitschrift für Hochfrequenztechnik, Bd. 37, Heft 3, April 1931.

2) Die Schwingungen sind hier natürlich als schnell anzunehmen, um noch mit der geradlinigen Bewegung vergleichen zu können.

1) Es läge nahe, für diesen Fall, der wirklich das Gegenspiel zur reinen Kraftkoppelung bedeutet, den Namen „Trägheitskoppelung" anzuwenden. Die Fälle, in denen er jetzt verwendet wird — Proportionalität eines Kraftterms mit der fremden Beschleunigung — sind z. T. gleichwertig mit Kraftkoppelung, vgl. z. B. M. Schuler, Zeitschr. f. techn. Phys.

2) Die von der üblichen Rechnung erhaltene Verstimmung entsteht dadurch, daß man die zusätzliche „Trägheitskraft" allein der fremden Beschleunigung proportional ansetzt, — völlig analog dem Ansatz, der bei der Kraftkoppelung nur die fremde Lagenkoordinate beachtet und wiederum nicht möglich für ein symmetrisch gebautes System.

der ohne koppelndes Organ (ohne den der Feder entsprechenden Kondensator c) mit L und C allein schwingt.

Die Differentialgleichung lautet für ihn:

$$L\ddot{q} + \frac{q}{C} = 0,$$

$$\ddot{q} + \frac{q}{LC} = 0,$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}.$$

Für die gekoppelten Kreise lauten die Gleichungen:

$$L_1\ddot{q}_1 + \frac{q_1}{C_1} + \frac{1}{c}(q_1 - q_2) = 0,$$

$$L_2\ddot{q}_2 + \frac{q_2}{C_2} + \frac{1}{c}(q_2 - q_1) = 0,$$

es wird also z. B. die erste zu

$$\ddot{q}_1 + \frac{1/C_1 + 1/c}{L_1} q_1 - \frac{1}{c} q_2 = 0,$$

was wiederum, wie im mechanischen Fall:

$$\ddot{q}_1 + \omega_f^2 q_1 - \frac{1}{c} q_2 = 0$$

zu schreiben ist, denn ω_f ist die Frequenz, die der Kreis zeigt, wenn man ihm c einfügt (die koppelnde Feder anhängt) und $q_2 = 0$ fordert (den anderen Kreis unterbricht, das andere Pendel festlegt). Dementsprechend ergeben sich die Quadrate der beiden Koppelungsfrequenzen symmetrisch liegend um ω_f^2 — nicht aber um ω_0^2.

An dieser Stelle berühren wir den Umstand, der wesentlich dafür verantwortlich zu machen ist, daß die Aussage von der stets symmetrischen Aufspaltung der Frequenzen um die Eigenfrequenz sich so fest einbürgern konnte. In der Praxis der Schwingungskreise pflegt man die „Eigenfrequenz" so zu beobachten, daß man

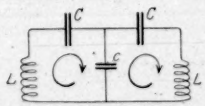


Fig. 4.

nicht etwa das koppelnde Organ fortnimmt, sondern einfach den anderen Kreis öffnet. Man hindert also nur die Strombewegung im Nachbarkreis, was völlig dem Festlegen des Nachbarpendels entspricht. Das heißt, man beobachtet ω_f, und gegen dies sind ja in der Tat die beiden Koppelungsfrequenzen nach oben und unten verstimmt.

Wir deuten für einen weiteren Typ kapazitiver Kopplung nur die Koppelungsschwingung an, die den koppelnden Kondensator stromlos läßt und daher ω_0 ergibt (Fig. 5), und wenden uns gleich zur induktiven Koppelung (Fig. 6).

6. Die Spule l sei den identischen Kreisen gemeinsam. Die Pfeile deuten wiederum die Koppelungsschwingung an, die l stromlos läßt

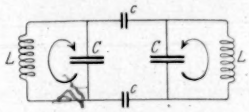


Fig. 5.

und ω_0 ergibt. Der Stromverlauf entspricht völlig dem ersten Beispiel kapazitiver Koppelung.

Die Differentialgleichung lautet dies Mal:

$$L\ddot{q}_1 + \frac{q_1}{C} + l(\ddot{q}_1 - \ddot{q}_2) = 0$$

und ergibt

$$\omega_s^2 = \omega_0^2 = \frac{1}{LC},$$

$$\omega_f^2 = \frac{1}{(L+l)C},$$

$$\omega_a^2 = \frac{1}{(L+2l)C}.$$

Wiederum ist die „symmetrische" Frequenz ω_s gleich der freien ω_0. Die dem Freiheitsgrad des Gesamtsystems zukommende Frequenz ω_f und die „antisymmetrische" ω_a hingegen sind erniedrigt gegen ω_0. Hier arbeitet das träge Organ l mit (wie m_b in Fig. 3), während die analogen Größen im kapazitiven Fall gegen ω_0 erhöht waren, da die Einschaltung des c in Serie mit C einer Erhöhung der Direktionskraft (der Rolle der koppelnden Feder) entspricht.

Wichtig ist uns also, daß bei ω_f die Spule l als Selbstinduktion mitarbeitet, dieselbe, die in

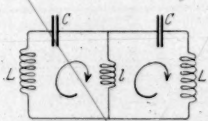


Fig. 6.

der Wechselwirkung der Kreise als L_{12} fungiert, — das koppelnde Organ tritt einmal in der Rückwirkung auf den Kreis selbst $\left(\text{Term } l\frac{\partial J_1}{\partial t}\right)$ dann in der Wirkung vom anderen herüber $\left(\text{Term } l\frac{\partial J_2}{\partial t}\right.$ oder $\left.L_{12}\frac{\partial J_2}{\partial t}\right)$ auf. Ebenso: derselbe Anteil des

Kraftflusses, der in $l\frac{\partial J_1}{\partial t} = L_{12}\frac{\partial J_1}{\partial t}$ in den anderen Kreis hinüberwirkt, wirkt mit demselben Wert auf den eigenen zurück. Diese Rückwirkung ist das Analogon zu dem in der geläufigen Behandlung der Pendel vermißten Term mit der eigenen Koordinate.

Das Verfahren an den Kreisen, das einer allmählichen Fortnahme der Kraftkoppelung, also einer allmählichen Schwächung und schließlichen Verschwinden der zwischen den Pendeln ausgespannten Feder entspricht, ist augenscheinlich eine allmähliche Verkleinerung der Mitwirkung der gemeinsamen Organe c und l (Vergrößerung von c, Verkleinerung von l), so daß schließlich die Kreise mit L und C allein übrig bleiben. Bei Koppelung durch variables c oder l (Drehkondensator, Variometerspule) ist das genau realisierbar. Etwas ganz anderes aber bedeutet die Veränderung einer induktiven Koppelung durch Änderung der wechselseitigen Lage getrennter koppelnder Spulen.

Um der klareren begrifflichen Ordnung willen unterscheiden wir auch in diesem Fall zwei besondere Koppelungsspulen l_1 und l_2 von den reinen Selbstinduktionen L_1 und L_2, deren Kraftfluß den fremden Kreis nicht erreicht. Aus der Spule l des vorigen Beispiels mögen l_1 und l_2 so entstehen (Fig. 7, *a*, *b*, *c*), daß die Gleitkontakte 1 und 2 allmählich zur Mitte zusammengeschoben werden. Die Zahl der gemeinsamen Windungen wird zum Verschwinden gebracht, die der gemeinsamen Kraftröhren bleibt endlich. Die Entfernung der Spulen voneinander (d) verringert sie weiter. Das Spiel des magnetischen Kraftflusses zwischen den Spulen, der ja hier stets das eigentliche koppelnde Organ bildet, wäre nun für die beiden Koppelungsfrequenzen zu betrachten. Da dies für die Anschauung etwas mühsam ist, — man hat in Gedanken mehrere Felder zu superponieren im Stile mancher Betrachtungen Maxwells — vollziehen wir die notwendige begriffliche Trennung an einem äquivalenten, aber durchsichtigeren System. Augenscheinlich kann jeder durch Entfernen der Spulen erzielbare Grad induktiver Koppelung auch hergestellt werden, indem man ein kleines Stück l' von l_1 und l_2 beiden Systemen gemeinsam macht — wie zuerst das ganze l —, die Reste von l_1 und l_2 aber soweit auseinanderrückt, daß sie nicht mehr aufeinander einwirken (Fig. 8). Die beiden im Fall der Gegeninduktivität zu unterscheidenden Anteile der magnetischen Felder sind damit örtlich getrennt. l' spielt nun die Rolle L_{12}, die Reste von l_1 und l_2 aber spielen noch in den Kreisen selbst als Selbstinduktionen mit, in gleicher Rolle wie L_1 und L_2, und es wird ersichtlich, daß diese Art von Entkoppelung nicht dem allmählichen Schwächen der Feder entspricht, sondern im mechanischen Vorgang nur so nachzuahmen wäre, daß die Feder in ein Bündel parallel wirkender schwächerer Federn zerlegt wird, von denen allmählich ein immer größerer Bruchteil vom fremden Pendel abgelöst und an einem in dessen Ruhelage befindlichen festen Punkt fixiert wird. Man bekommt nach Vollendung dieses Prozesses ω_f, dem entsprechend, daß bei völliger Entfernung der Kreise voneinander l noch in jedem der beiden mitspielt und $\omega_f^2 = \frac{1}{(L+l)C}$

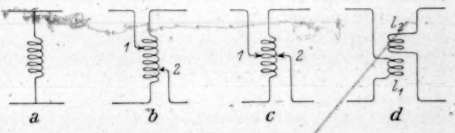


Fig. 7.

erhalten wird. Hier gilt also, da man das zur Koppelung bestimmte Organ l in den freien Zustand mitschleppt und praktisch natürlich in die gesamte Selbstinduktion des Einzelkreises hineinzurechnen pflegt, in der Tat der gewohnte Satz, daß die Koppelfrequenzen zu beiden Seiten der am freien System beobachteten Frequenz liegen.

Ich hoffe, daß die etwas breite Darstellung dieses Falles entschuldigt werden wird, wenn deutlich geworden ist, daß die im freien Zustande beobachtete Frequenz hier zu den Eigenfrequenzen des gekoppelten Systems in anderer Beziehung steht, als bei den vorher angeführten

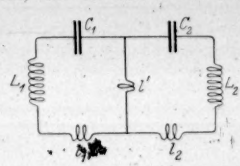


Fig. 8.

Koppelungsverfahren, mit denen sie für gewöhnlich rechnerisch nach einem Schema behandelt wird. Natürlich liegt das nicht an der physikalischen Natur der Koppelung, — es hilft, wie wir noch ausdrücklich betonen wollen, nicht etwa, zu erklären, das eine sei eben eine Kraftkoppelung, das andere eine Trägheitskoppelung. Das ist nur eine Vorzeichenfrage — hier handelt es sich aber um eine Frage der Verteilung der Trägheits- oder Kraftwirkungen. Wir haben deshalb ausdrücklich die Parallele mit dem mechanischen Kraftkoppelungsbeispiel durchgeführt, um zu

betonen, daß sich das entsprechende Verfahren ebensogut am Kraftterm durchführen läßt. Wir wiederholen, daß umgekehrt auch die induktive Koppelung völlig den früheren Beispielen entsprechend behandelt werden kann, wenn man neben konstanten L stets ein gemeinsames l verwendet, aber dessen Größe variiert, so daß im Falle völliger Entkoppelung allein die nicht zur Koppelung benutzten Größen L und C im Einzelkreise übrig bleiben.

7. In der vollständigen Kraftbilanz für das Einzelsystem wirkt also stets ein Term mit, der denselben Koeffizienten besitzt, wie der Term mit der fremden Variablen, aber an deren Stelle die eigne Variable enthält. Dieser Term wurde in der älteren Behandlung der Pendelaufgabe weggelassen und seine Mitwirkung bleibt bei der Behandlung der elektromagnetischen Kreise leicht unbeachtet, weil man ihn praktisch durch den Gebrauch der gesamten Selbstinduktion des Kreises schon mit einschließt. Für die Beurteilung und den Vergleich der Ansätze und vor allem bei der Definition der „Eigenfrequenz" des Einzelsystems muß aber auf diese Wirkung des koppelnden Organs durchaus geachtet werden.

Wir fanden als Ergebnis unserer Übersicht, daß stets eine der Koppelungsfrequenzen mit der Frequenz übereinstimmt, die eines der gleichen Einzelsysteme allein zeigt, falls aus ihm das koppelnde Organ entfernt ist. Die verschiedenen Ergebnisse, die man, wie wir im Eingang anführten, an verschiedenartigen Systemen für die Lage der Koppelungsfrequenzen gegen die „Eigenfrequenz" findet, rühren allein daher, daß man die letztere aus praktischen Rücksichten verschieden, — einmal mit, einmal ohne koppelndes Organ —, festzusetzen pflegt.

Eine prinzipiell völlig stetig durchzuführende Koppelung zweier Pendel ergibt sich durch gleichsinnige elektrische Ladung der Kugeln. Sie kann für kleine Ausschläge als quasielastisch behandelt werden und führt, wie die Anbringung einer Feder, nur zu Frequenzerhöhungen. Sie steht, was die Natur der zu Grunde gelegten Wechselwirkung betrifft, auf klassischem Boden der Wechselwirkung gleicher Atome am nächsten und bietet ohne weiteres die Möglichkeit, den Koppelungsgrad durch Abstandsänderung der Einzelsysteme zu variieren. Dieser Zug, die Änderung des Koppelungsgrades mit dem Abstand zwischen den Teilsystemen, ist ja bei der Anwendung auf die Atomistik von entscheidender Bedeutung, um aussagen zu können, daß die mit der Koppelung auftretende Verstimmung dasselbe leiste, wie im klassischen Begriffssystem eine „Kraft" (etwa Valenzkraft) zwischen den Atomen. Auch die elektrostatisch gekoppelten Pendel aber ergeben mit der Annäherung nur Frequenzänderungen nach oben, also das Bild einer Abstoßung.

Wie steht es nun speziell mit der Möglichkeit, den von London und Heitler gemeinten Vorgang mit klassischen Mitteln zu illustrieren? — Die dafür üblichen Pendel sind nicht brauchbar, denn die Erniedrigung der Frequenz, der eine Erniedrigung der Energie und damit das Wirken einer homöopolaren „Kraft" zugeordnet werden soll, ist nicht da. Man kann aber zur Koppelung von Schwingungskreisen mittels ihrer Spulen greifen. Das hat zunächst den Vorteil, daß sich die Phasenbeziehungen der beiden Koppelungsschwingungen auch, wenn beide erregt sind, am Kraftlinienverlauf mittels eines Wellenmesserkreises viel bequemer demonstrieren lassen, als im mechanischen Fall. Hinzu kommt aber, daß die Spulen einander nach den elementaren elektrodynamischen Gesetzen bei gleichem Stromsinn anziehen — bei entgegengesetztem (Bestehen eines Knotens) abstoßen. Die erniedrigte Koppelungsschwingung zeigt also dauernde Anziehung, die erhöhte Abstoßung.

Es läßt sich also in der Tat auf ganz klassischem Boden ein Beispiel angeben, das die beiden Phänomene zeigt, die an gleichen einander genäherten Atomen auftreten sollen: bei Annähern der Spulen spaltet die Frequenz nach beiden Seiten auf, zugleich zeigt sich anziehende Kraft bei symmetrischer, abstoßende bei antisymmetrischer Bewegung[1]).

In eine Diskussion der genauen Parallelen zwischen der klassischen und der quantenmechanischen Aufgabe kann hier nicht eingetreten werden. Es gehört dazu ein sehr genaues Urteil über die Bedeutung der Einzelheiten in der z. T. verwickelten Näherungsrechnung der wellenmechanischen Seite.

Es liegt aber auf der Hand, daß eine solche Diskussion erwünscht wäre. Wir haben gesehen, daß im klassischen Beispiel Vollständigkeit des Ansatzes notwendig ist, daß Näherungsrechnung, wie das meist gebrauchte Verfahren, geradezu dazu führen kann, einen der hier wichtigsten Punkte, die Frequenzerniedrigung, an Stellen vorzutäuschen, wo er nach strenger Betrachtung nicht vorhanden ist. Die quantenmechanische

1) Herr J. Frenkel war so freundlich, den Hinweis hierauf, den ihm der Verfasser gesprächsweise vor zwei Jahren machte, in seiner Wellenmechanik (S. 297) zu erwähnen. Der dort geäußerten Meinung, die Analogie sei deshalb unvollständig, weil die bei größerer Annäherung eintretende Abstoßung fehle, möchte sich der Verfasser allerdings nicht anschließen. Diese Abstoßung rührt auch in der London-Heitlerschen Darstellung des Atomphänomens nicht vom Austauschvorgang her, — die Aufgabe ist allein, die Anziehung darzustellen, und diese wird vom Pendelbeispiel nicht erfüllt, wohl aber von den durch Wechselinduktion gekoppelten Kreisen.

Rechnung ist nicht vollständig, sie behandelt nur eine erste Näherung. Am klassischen Beispiel zweier gleicher Pendel führt eine elektrostatische Koppelung durch gleichsinnige Ladung der Kugeln für kleine Ausschläge zum selben Resultat wie die elastische Koppelung: eine Erniedrigung tritt nicht auf. Die Stellung des quantenmechanischen Beispiels zwischen diesem Fall und dem der gekoppelten (magnetischen) Dipole, der Spulen, von berufener Seite näher beleuchtet zu sehen, wäre also auf jeden Fall von Interesse, zum mindesten für den didaktischen Zweck der richtigen Einstellung des wellenmechanischen zu den verschiedenen klassischen Vorgängen.

Kiel, 21. November 1930.

(Eingegangen 24. November 1930.)

Über die Schallgeschwindigkeit in Kohlensäure[1]).

Von H. O. Kneser.

Messungen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit hochfrequenter Schallwellen, die durch piezoelektrisch schwingende Quarzkristalle erzeugt und mit einer von Pierce[2]) angegebenen Methode ausgemessen wurden, führten bei gasförmiger Kohlensäure zu Resultaten, die sich nicht anders als dahin deuten lassen, daß die Schallgeschwindigkeit bei Frequenzen zwischen 0,5 und $3 \cdot 10^5$ sec^{-1} mit wachsender Frequenz ansteigt, oberhalb dieses Bereichs aber wieder konstant wird, und zwar mit einem Betrage von 268,2 + 0,3 m/sec; das bedeutet ein Anwachsen um 3,7 Proz. gegenüber dem normalen Wert (258,5 m/sec). Führt man dies auf eine Änderung des Verhältnisses der spezifischen Wärmen, $\gamma = c_p/c_v$, zurück, so berechnet sich hieraus eine Zunahme von γ um 7,6 Proz. Anstatt des normalen Wertes $\gamma = 1{,}30$ ergibt sich somit 1,40, d. i. gerade der den zweiatomigen Gasen (5 Freiheitsgrade) zukommende Betrag.

[1]) Vortrag, gehalten auf der Naturforscher Versammlung in Königsberg 1930.
[2]) G. W. Pierce, Proc. Amer. Ac. **60**, 271, 1925.

Marburg (Lahn), Physikal. Institut der Universität, August 1930.

(Eingegangen 14. Januar 1931.)

Nachtrag zu meinem zusammenfassenden Bericht über die Dispersion der Röntgenstrahlen (Physik. Zeitschr. 31, 401—418, 1930.)

Von E. Nähring.

Nachdem mein zusammenfassender Bericht über die Dispersion der Röntgenstrahlen erschienen war, erhielt ich durch Herrn Prof. M. Siegbahn Kenntnis von der in seinem Institut angefertigten Dissertation von Axel Larsson (Experimentelle Untersuchungen über die Dispersion der Röntgenstrahlen, Dissert. Uppsala 1929, deutsch erschienen in den „Uppsala Universitets Årsskrift" 1929). Da diese einen sehr wichtigen Beitrag zur Prüfung der Dispersionsformeln für Röntgenstrahlen darstellt, so soll sie an dieser Stelle als Ergänzung zu meinem Bericht gesondert behandelt werden.

In seiner sehr ausführlichen Arbeit behandelt A. Larsson neben anderen Bestimmungen der Röntgendispersion besonders die Dispersion in der Nähe einer Absorptionskante. Seine Messungen gewinnen an Wert, da sie nach den verschiedenen Methoden ausgeführt wurden und übereinstimmende Resultate ergäben. Seine Untersuchungsmethoden sind die Abweichung vom Braggschen Gesetz, die Kristallreflexionsmethode bei streifender Strahlung und die Prismamethode, wie ich sie, abgesehen von kleinen Abänderungen, im Prinzip auf Seite 402—403 und 407—409 meines Berichtes behandelt habe.

Nach der erstgenannten Methode untersucht Larsson die Dispersion von Glimmer in einem Wellenlängengebiet von 1,5—8,5 A.E. Er findet, daß die normale Dispersion quantitav durch die Drude—Lorentzsche Dispersionsformel richtig wiedergegeben wird.

Nach der Kristallreflexionsmethode mit streifendem Einfallswinkel wurde die Dispersion von Kalkspat von $\lambda = 1{,}537$ bis $\lambda = 3{,}734$ A.E. untersucht, also von $0{,}5\,\lambda_k$ — $1{,}2\,\lambda_k$, wo $\lambda_k = 3{,}065$ A.E. die Absorptionskante des Calciums bedeutet.

Die Dispersion von Quarz untersuchte Larsson nach der Prismamethode in einem Gebiet von 1,389—5,362 und 7,111—9,868 A. E., d. h. von $0{,}2\,\lambda_k$—$0{,}8\,\lambda_k$ und $1{,}06\,\lambda_k$—$1{,}5\,\lambda_k$ ($\lambda_k = 6{,}72$ A. E., die Absorptionskante von Silizium.).

Bei beiden Kristallen findet er auf der kurzwelligen Seite der Kante niedrigere δ—Werte, als sie sich nach der Kronig-Kallmann-Markschen Formel ergeben, während sich auf der langwelligen Seite systematische Abweichungen zu größeren δ—Werten ergeben, ähnlich wie sie auch von J. A. Prins (Zeitschr. f. Phys. **47**, 479, 1928) und R. Forster (Helv. Phys. Acta 1, 18, 1928) beobachtet worden sind. Im Gegensatz

zu Forster findet Larsson aber, daß sich die Dispersionskurve der Absorptionskante asymptotisch nähert, wogegen Forster nur einen Sprung in der Dispersionskurve an der Kante gefunden hat. Da diese Werte nach zwei verschiedenen Methoden gefunden sind, so beansprucht der von Larsson gefundene Dispersionsverlauf größere Wahrscheinlichkeit als der von Forster gemessene.

Die Abweichungen von der theoretischen Kronig-Kallmann-Mark-Formel sind im Einklang mit den neueren Anschauungen der Röntgendispersion, wie sie besonders von R. de L. Kronig und H. A. Kramers (Zeitschr. f. Phys. **48**, 174, 1928 und Phys. Zeitschr. **30**, 521, 1929.) entwickelt worden sind, wonach man die Oszillatorenstärke der Elektronen kleiner als Eins annehmen muß. In der Tat findet sich Übereinstimmung zwischen Experiment und Theorie, wenn man hier die Oszillatorenstärke zu etwa 0,75 annimmt.

Zusammenfassend läßt sich nach den vorliegenden Messungen sagen, daß die Formel von Kronig-Kallmann-Mark die Dispersion richtig wiedergibt, wenn die Oszillatorenstärke kleiner als Eins angesetzt wird.

Zum Schluß weise ich darauf hin, daß die Berücksichtigung des kontinuierlichen Charakters der Absorption bei der Berechnung der Dispersion im Röntgengebiet nicht, wie ich in meinem Bericht angegeben, zuerst durch Kallmann und Mark erfolgte. Vielmehr hat Kronig die betr. Veröffentlichung schon im Januar 1926 eingereicht (erschienen Juni 1926 in d. Journ. of Opt. Soc. of Amer. **12**, 547—557, 1926), während die von Kallmann-Mark am 1. Juni 1926 eingereicht wurde (erschienen im Juli 1926 in den Naturw. **14**, 648, 1926).

Greifswald, im Januar 1931.

(Eingegangen am 20. Januar 1931.

VORTRÄGE VON DER 12. TAGUNG DES GAUVEREINS THÜRINGEN–SACHSEN–SCHLESIEN DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT AM 6. UND 7. JANUAR 1931 IN DRESDEN.

K. Larché (Halle a. d. S.), Die optischen Anregungsfunktionen der Kadmium- und Zinklinien.

Als Fortsetzung der Arbeiten von W. Hanle und W. Schaffernicht über die Anregungsfunktionen der Linien des Helium[1]), Neon[1]) und Quecksilber[2]) wurden die Anregungsfunktionen von 74 Linien des Kadmium und Zink gemessen. Die experimentelle Anordnung war der nachgebildet, die W. Hanle bei seinen Messungen ausgearbeitet hat. Die Ergebnisse sind in Übereinstimmung mit den Ergebnissen W. Schaffernichts an den Linien des Quecksilbers.

Die Triplettlinien besitzen ein steiles Intensitätsmaximum 1,1 bis 4,0 Volt hinter der Anregungsspannung und darauffolgenden starken Abfall der Intensität. Die Singulettlinien besitzen ein flaches Intensitätsmaximum bereits 4 bis 5 Volt hinter der Anregungsspannung und wie beim Quecksilber einen geringen Intensitätsabfall nach dem Maximum. Die Linien von den $^1S_0$-Termen zeigen wie die entsprechenden Linien des Quecksilbers doppelte Maxima bei 11 bis 12 und 13 bis 15 Volt.

Es war wichtig, daß beim Kadmium zum ersten Male ein Vergleich der Anregungsfunktionen von zwei Resonanzlinien eines Elementes möglich war. Der Verlauf der Anregungsfunktionskurven beider Linien ergab sich grundverschieden. Die Triplettresonanzlinie 3261 besitzt das schmalste Intensitätsmaximum schon 0,5 Volt hinter der Anregungspannung, die Singulettresonanzlinie 2288 das flachste Maximum aller *Cd*-Bogenlinien etwa 25 Volt hinter der Anregungsspannung. Für 500 Volt ist die Intensität von 3261 auf den 20. Teil, die Intensität von 2288 nur etwa auf die Hälfte der Intensität im Maximum gesunken.

Im zweiten Teil der Arbeit wurden die relativen Intensitäten der Linien des Kadmium und Zink bestimmt. Mit Hilfe der bekannten Anregungsfunktionen kann dann das Intensitätsverhältnis für jede Geschwindigkeit der anregenden Elektronen angegeben werden. Die Intensitätsbestimmung geschah durch Vergleich mit dem kontinuierlichen Spektrum des Kohlebogens, dessen Intensitätsverteilung aus der schwarzen

1) W. Hanle, Zeitschr. f. Phys. **56**, 94, 1929 und **65**, 512, 1930.
2) W. Schaffernicht, Zeitschr. f. Phys. **62**, 106, 1930.

Temperatur 3850° K und dem Planckschen Strahlungsgesetz berechnet wurde.

Es wurde das Intensitätsverhältnis der Linien von 6 Tripletts und 2 Funkendubletts bestimmt. Die erhaltenen Werte stehen in guter Übereinstimmung mit den Ornstein-Burgerschen Intensitätsregeln.

Ferner wurde ein Zusammenhang zwischen Steilheit der Intensitätsmaxima und den Lebensdauern der betreffenden Linien gefunden. Und zwar ist allgemein das Maximum der Anregungsfunktion um so schmaler, je größer die Lebensdauer ist. Doppelte Maxima der Anregungsfunktion einer Linie werden von zwei benachbarten Linien mit verschiedenen Lebensdauern herrühren.

K. Diebner (Halle), Über die Kolonnenionisation einzelner α-Strahlen. (Die ausführliche Darstellung wird demnächst an anderer Stelle erscheinen.)

Die Messungen stellen nach der methodischen Seite eine Ergänzung einer von Ziegert[1]) ausgeführten Arbeit dar. Es wird die Richtungsabhängigkeit des Sättigungsgrades der Ionisation einzelner α-Teilchen vom Winkel zwischen Einfallsstrahl und der Richtung des elektrischen Feldes in Luft und Kohlensäure bei Atmosphärendruck untersucht.

Meßanordnung: Die Grundlage der Messungen bildet das Vakuumduantenelektrometer, durch das die von einem einzelnen α-Teilchen erzeugte Ionenmenge direkt gemessen werden kann. Die prinzipielle Versuchsanordnung wurde von G. Hoffmann[2]) beschrieben. Als Ionisationskammer diente ein Plattenkondensator, dessen Auffangelektrode zum Elektrometersystem führte und mit einem geerdeten Schutzring umgeben war, um die Homogenität des Feldes zu wahren. Besonderer Wert wird auf gut definierte Verhältnisse zwischen Feld- und α-Strahlrichtung gelegt. Die α-Strahlen eines starken Poloniumpräparates wurden so weit ausgeblendet, daß der geometrische Streuwinkel nur ± 34 Minuten betrug.

Messungen: Die Anordnung ist so gewählt, daß Reichweiteintervalle der Untersuchung zugänglich gemacht werden, für welche die Gültigkeit des Geigerschen Gesetzes: $K_r = K_0 (R-x)^{3/2}$ experimentell nachgewiesen werden konnte, wo R die Reichweite einer α-Partikel, K_r die längs der Reststrecke $(R-x)$ erzeugten Ionenpaare und K_0 eine Konstante darstellen. Durchschnittlich kamen 26 α-Teilchen in der Stunde zur Beobachtung. Tritt ein Teilchen in die Ionisationskammer ein, so zeigt das System des Elektrometers einen Ausschlag, der auf einer Trommel photographisch registriert wurde. Die Größe des Ausschlages hängt von der Zahl der erzeugten Ionen und der Empfindlichkeit des Elektrometers ab, die pro Millimeter 6000 E. Q. betrug.

Für einen konstanten Einfallswinkel mußte die Spannung variiert werden, um die Sättigungscharakteristik zu erhalten. Jeder Meßpunkt umfaßt die Beobachtung von ungefähr 500 α-Teilchen, die in bezug auf ihre Ionenmengen als Argumente zahlenmäßig geordnet wurden. Teilt man die Argumente in Intervalle ein und ordnet jedem Wertintervall die relative Häufigkeit der Teilchen in Prozenten der Gesamtzahl einer Meßreihe zu, so erhält man eine Verteilungstafel, welche unter Abzug des natürlichen Verseuchungseffektes die statistische Verteilung über die zu untersuchenden α-Strahlen darstellt. Nach einem methodischen Rechnungsverfahren der Kollektivmaßlehre[1]) konnte der Durchschnitt der Argumentwerte und sein mittlerer Fehler, der sich ungefähr auf ± 200 E. Q. belief, bestimmt werden, so daß der Fehler der Resultate sich unterhalb eines Prozentes bewegt, da die von einem α-Teilchen abgeschiedene Ionenmenge durchschnittlich 30000 E. Q. betrug.

Ergebnisse: Die experimentellen Daten wurden mit der Theorie von Jaffé[2]) verglichen, welcher bei beliebiger Orientierung einzelner Ionensäulen (Kolonnen) gegen die Feldrichtung bei Berücksichtigung der Diffusion und des Wiedervereinigungskoeffizienten Sättigungscharakteristiken berechnete. Durch die experimentelle Untersuchung einzelner Kolonnen und die sehr enge Ausblendung, die wegen der großen Empfindlichkeit des Elektrometers möglich war, konnten die Ursachen der Diskrepanzen zwischen den Moulinschen[3]) Messungen und der Jaffé-schen Theorie, die sich vor allem bei Parallelstrahlung bemerkbar machten, beseitigt werden. Geringe Abweichungen bei Feldstärken bis zu 20 Volt/cm sind durch Diffusion der Ionen nach den Elektroden, welche die Theorie nicht berücksichtigt und durch Kontaktpotentiale bedingt. Die Messungen stellen eine exakte Bestätigung der Theorie dar.

Aus der Gesamtzahl der erzeugten Ionenmenge im Sättigungsfalle konnte unter Berücksichtigung der Reichweitekorrektion für die Temperatur 18° und den Druck 760 mm die Konstante K_0 in der Geigerschen Beziehung berechnet werden. Sie beträgt für die unter-

1) H. Ziegert, Zeitschr. f. Phys. **46**, 677, 1928.
2) G. Hoffmann, Ann. d. Phys. **80**, 779, 1926.

1) E. Czuber, Wahrscheinlichkeitsrechnung, 1924, Teubner.
2) G. Jaffé, Ann. d. Phys. **42**, 303, 1913.
3) M. Moulin, Ann. de chim. et de phys. VII. **28**, 289, 1903.

suchten α-Strahlgeschwindigkeiten in Luft $6{,}26 \times 10^4$, in Kohlensäure $8{,}31 \times 10^4\,\mathrm{cm}^{-1/2}$. Wichtig ist, daß sich K_0 nicht aus Z, der von einem Gramm Radium in 1 sec. zerfallenden Atome, sondern direkt aus der abgeschiedenen Ionenmenge bestimmen läßt. Mit diesem Werte K_0 ergab sich die Fundamentalkonstante Z zu $3{,}71 \times 10^{10}$.

Außerdem zeigte sich bei Umrechnung der Ionenmengen in CO_2 auf Luftäquivalent, daß bei den betrachteten α-Strahlgeschwindigkeiten in Kohlensäure 1 Proz. mehr Ionen erzeugt werden als in Luft.

E. Weichelt (Dresden), Funkenspannung und Funkenkonstante in Wasserdampf. (Aus einer Staatsexamensarbeit des Verfassers.)

Bei Messungen der Funkenspannungen in reinem Wasserdampf muß man für Zimmertemperatur niedrigen Druck, für Atmosphärendruck Temperaturen über 100° C anwenden. Messungen letzterer Art wurden vom Verf. ausgeführt[1]). Die Untersuchung blieb auf die Funkenbildung bei Anfangsspannung beschränkt.

Die zu den Messungen verwendete Apparatur ist in Fig. 1 skizziert. Folgende an die Apparatur zu stellenden Forderungen wurden beim Bau berücksichtigt:

1. Die Entladung soll in einem Gasraum von überall gleicher Temperatur vor sich gehen. Dies führte dazu, das eigentliche Entladungsgefäß mit einem Mantel geheizter Luft zu umgeben.

2. Die Elektroden der Meßfunkenstrecke (Kugeln) sollen an ihrer Oberfläche die Temperatur des Wasserdampfes annehmen, d. h. durch die mit dem Außenraum in Verbindung stehenden Metallteile der Elektrodenzuführungen darf keine merkliche Wärmeableitung stattfinden. Dies ist besonders wichtig und bereitet Schwierigkeiten.

3. Der elektrische Überschlag soll in einem gut definierten Entladungsraum vor sich gehen. Dies wurde dadurch erreicht, daß die Kugelelektroden gegen elektrostatische Wandwirkungen durch einen geerdeten Metallkäfig geschützt wurden (vgl. Toepler, Zeitschr. f. techn. Phys. **10**, 327, 1922).

Bezüglich der Einzelheiten der Apparatur sei auf Fig. 1 verwiesen. Die Thermometer Θ_1, Θ_2, Θ_3, Θ_4 gestatten die Temperaturablesung des zugeführten Wasserdampfes, des Dampfes im Meß-

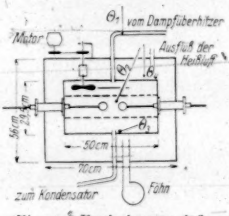


Fig. 1. Entladungsgefäß.

raum oben und unten und der Heißluft. Der Innenraum hatte vorn, hinten und an den Stirnseiten Spiegelglaswände, so daß die Kugelfunkenstrecke und der Käfig beobachtet und die Funkenlänge optisch durch Abbildung gemessen werden konnte. Der zylindrische Käfig mit 12 cm l. W. war aus 8 Sprossen von 0,5 cm dickem Messingrohr gebildet. Als Elektroden dienten Messingkugeln (4 cm Durchmesser); sie waren mit ihren Zuleitungen in der Zylinderachse angeordnet. Der äußere Heißluftraum wurde durch einen Föhn mit besonders regulierbarer Heizspule auf die gleiche Temperatur wie der Innenraum gebracht.

Besondere Sorgfalt wurde den Zuleitungen zu den Elektroden durch die Doppelwandung gewidmet, Fig. 2. Sie bestehen aus Messingrohr (MM'), sind aber auf ein Stück durch einen

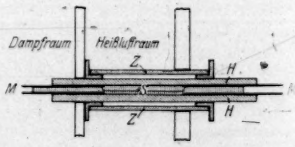


Fig. 2. Elektrodenführung.

Holzstab (S) unterbrochen. Der Stromkreis wird hier durch einen 8 cm langen, 0,1 qmm starken Draht, der in einer Nut des Holzstabes läuft, geschlossen. Das ganze Stück Messingrohr-Holzstab ist in einem Holzzylinder (Z) verschiebbar, wodurch der Elektrodenabstand beliebig eingestellt werden kann. Ein weiterer Holzzylinder (Z) schützt die Durchführung vor

1) Die einzigen für reinen Wasserdampf bei Atmosphärendruck und 130° C vorliegenden Werte stammen von Natterer (Wiedemanns Ann. **38**, 663, 1889). Sie lassen sich zum Vergleich nicht heranziehen; teils wegen ihrer Ungenauigkeit, teils weil sie sich nicht auf Funkenbildung aus der Anfangsspannung heraus, sondern auf solche aus der Glimmgrenzspannung beziehen (Funken zwischen Spitzen). Die von Strohhäcker (Zeitschr. f. Phys. **27**, 83, 1924) durchgeführten Messungen bei niedrigem Druck gestatten keine Extrapolation auf Atmosphärendruck. Der von W. Weicker (Diss. Dresden 1910) gefundene und von anderer Seite (Peek u. a.) bestätigte Einfluß der Luftfeuchtigkeit auf die Funkenspannung bei großer Schlagweite bezieht sich auf Funkenbildung aus der Büschelgrenzspannung heraus. Der Einfluß der Luftfeuchtigkeit auf die Anfangsspannung ist von S. Franck (Diss. München 1928) untersucht. Hierauf ist noch zurückzukommen.

Zusammenstellung der λ-Werte, Gesamtmittelwert 1,166.

Temperatur °C	165—161	160—151	150—141	140—131	130—121	120—115
Mittelwert für Wechselspannung	—	1,207	1,142	1,180	1,167	1,146
Mittelwert für Gleichspannung	1,135	—	1,148	1,179	1,154	—

direkter Einwirkung der heißen Luft des Zwischenraums.

Die Messungen wurden mit Wechsel- und Gleichstrom vorgenommen. Die Meßfunkenstrecke wurde dabei mit einer Quecksilberlampe (3 Amp., 140 Volt) aus 20—30 cm Entfernung belichtet.

Alle Messungen der Anfangsspannung in Wasserdampf wurden mit den entsprechenden Werten von reiner, trockener Luft im Käfig verglichen, bezogen auf gleiche Temperatur[1]). Der Quotient λ = Anfangsspannung in Wasserdampf: Anfangsspannung in Luft erweist sich im untersuchten Bereich als unabhängig von der Temperatur, wodurch erhellt, daß die Anfangsspannung in Wasserdampf umgekehrt proportional der absoluten Temperatur ist.

Es ergab sich im untersuchten Bereich von 115—160° C bei Atmosphärendruck für Schlagweiten von 0,5—3,2 cm: Die Anfangsspannung in Wasserdampf beträgt das 1,166fache von der in Luft unter gleichen Temperaturverhältnissen, vgl. die Tabelle.

Die einzige Möglichkeit aus vorhandenen Literaturangaben auf Funkenspannungen in reinem Wasserdampf zu schließen, scheint in der Arbeit von Franck (s. Anm. 1) gegeben zu sein. Extrapoliert man aus der für kleine relative Feuchtigkeiten der Luft linear mit dem Wasserdampfgehalt ansteigenden prozentualen Spannungserhöhung — für 40 Proz. rel. Feuchtigkeit findet eine Erhöhung der Spannung um 0,75 Proz. gegenüber trockener Luft statt —, so ergibt sich unter Zuhilfenahme der bekannten Schumannschen Mischungsregel für die Durchbruchfeldstärke in Gasgemischen der Wert $\lambda = 1{,}81$, also ein weit größerer als der oben gemessene $\lambda = 1{,}166$.

Der große Unterschied zwischen dem gefundenen und dem aus der Spannungserhöhung bei geringer[2]) relativer Luftfeuchtigkeit extrapolierten Wert zeigt, daß die Mischungsregel für Wasserdampf-Luft-Gemisch keine Gültigkeit haben kann, oder daß für 20° C das Wasserdampfmolekül sich bei Funkenbildung wesentlich anders verhält als für Temperaturen über 100° C.

Während die Messung der Anfangsspannung zu einem sicheren Resultat geführt hat, konnte die Funkenkonstante für Wasserdampf nur sehr roh ermittelt werden. Benutzt wurde die von Toepler (Arch. f. Elektrot. 1926, S. 61, 389; 1927, S. 549) angegebene Bestimmungsmethode. Die dazu gehörigen Formeln setzen einen induktionslosen Stromkreis voraus. Da es aber nicht möglich war, das ganze Entladungssystem (Meßfunkenstrecke, Kapazität und Widerstand) in den Heizraum einzubauen, mußte infolge längerer Verbindungsleitungen die Selbstinduktion des Kreises notgedrungen beträchtliche Werte annehmen. Auch wenn man sich auf relative Messungen der Funkenkonstante für Wasserdampf und Luft beschränkt, werden die Ergebnisse noch sehr unsicher; immerhin konnte festgestellt werden, daß die Funkenkonstante für Wasserdampf sicher nicht mehr als das Doppelte der für Luft betragen kann und wahrscheinlich etwa 1,5mal so groß als diese ist.

Dresden, 6. Januar 1931. Institut für theoretische Physik an der Technischen Hochschule.

1) Da nach der vorhandenen Literatur bezweifelt werden kann, ob die Anfangsspannung in Luft der absoluten Temperatur umgekehrt proportional ist, wurden mit kalter und warmer Luft im Käfig Vergleichsmessungen ausgeführt. Sie ergaben die strenge Gültigkeit der umgekehrten Proportionalität innerhalb der Versuchsunsicherheit. Die Genauigkeit der ausgeführten Messungen betrug hierbei 2,5 Proz.

2) Bei größerer relativer Luftfeuchte ist der Unterschied zwischen dem berechneten und gefundenen Wert übrigens noch höher, weil bei Annäherung an die Sättigung die prozentuale Spannungserhöhung rasch zunimmt.

M. Wien (Jena), Bericht über Hochfrequenzarbeiten.

In dem Physikalischen Institut der Universität Jena wurde weiter an der Ausarbeitung der Barrettermethode für ganz kurze Wellen gearbeitet, die besonders zur Untersuchung des Debye-Falkenhageneffektes bei Elektrolyten dienen soll. Der Vortragende demonstriert Hochfrequenzwiderstände und weist auf die Vorführung einer Barretteranordnung für die Messung von Flüssigkeitswiderständen hin. (Vortrag Schiele.)

Im Anschluß an die Untersuchungen von Michels über die Permeabilität ferromagnetischer Drähte bei Hochfrequenz zeigt der Vortragende, wie die experimentellen Ergebnisse sich durch die Hautwirkung nach der Theorie von Försterling deuten lassen. (Dieser Teil des Vortrages erscheint demnächst in den Annalen der Physik.)

R. Fürth (Prag), Neue Resultate über Dielektrizitätskonstanten von Elektrolytlösungen. (Nach Messungen von A. Slama und O. Milička (Prag) mit der Ellipsoidmethode.)

Vor längerer Zeit habe ich eine als „Ellipsoidmethode" bezeichnete Kraftwirkungsmethode zur Messung der DEK gut leitender Flüssigkeiten angegeben[1]). Sie beruht auf der Messung des Winkels, um den ein zwischen den vertikalen Platten eines Kondensators an einem dünnen Faden hängender Ellipsoidkörper aus einer leitenden Substanz aus seiner Ruhelage abgelenkt wird, wenn der Zwischenraum zwischen den Platten mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt ist und an die Platten ein elektrisches Feld angelegt wird.

Provisorische Messungen, die ich selbst mit dieser Methode an wäßrigen *NaCl*-Lösungen anstellte[2]), zeigten, daß die DEK mit wachsender Konzentration bis zu einem Minimum bei etwa $5 \cdot 10^{-3}$ norm. abnimmt und mit weiterer Vergrößerung der Konzentration dauernd ansteigt. Die Methode wurde auf meine Veranlassung von R. Pechhold[3]) ausgebaut und verfeinert und zur Messung der DEK einer Reihe von wäßrigen Lösungen starker Elektrolyte bei einer Frequenz von 50 Per./Sec. benützt. Durch geeignete Maßnahmen gelang es dabei, durch elektrolytische Polarisation verursachte Fehler meiner Ansicht nach zuverlässig zu vermeiden, was sich in der Unabhängigkeit der erhaltenen Werte von der angelegten Spannung zeigte. Die Abhängigkeit der DEK von der Konzentration erwies sich in allen untersuchten Fällen von der gleichen, oben beschriebenen Art.

Gegen die Ellipsoidmethode wurden von verschiedenen Seiten Einwände erhoben, indem einerseits die elektrolytische Polarisation am Ellipsoid bei bloß 50 Per./Sec. und anderseits Wärmekonvektionsströmungen in der Flüssigkeit als mögliche Fehlerquellen angenommen wurden. Um die Stichhaltigkeit dieser Einwände zu prüfen, haben auf meine Veranlassung die Herren A. Slama und O. Milička in ihren Doktorarbeiten eigene Untersuchungen angestellt, die die Hinfälligkeit dieser Einwände schlagend beweisen[4]). Es gelang einerseits nachzuweisen, daß die gemessenen Ausschläge bei verschiedenen Spannungen und Konzentrationen von der Frequenz des Wechselfeldes zwischen 50 und 2200 Per./Sec. innerhalb der Fehlergrenzen unabhängig sind. Anderseits wurde eine große Zahl von Parallelmessungen nach der bisher benützten statischen und einer ballistischen Meßweise durchgeführt, bei der das Feld immer nur sehr kurze Zeit an die Platten angelegt und daher die Möglichkeit zur Entstehung von Konvektionsströmungen stark eingeschränkt wird; zwischen den mit den beiden Meßmethoden so erzielten Resultaten ließ sich keine, die Meßgenauigkeit überschreitende Abweichung nachweisen. Es gelang ferner, die Meßgenauigkeit der Methode auf etwa 0,6 Proz. zu erhöhen und ihren Anwendungsbereich bis zu Leitfähigkeiten von mindestens $10^{-2}\ \Omega^{-1}\,\mathrm{cm}^{-1}$ zu erweitern.

Die genannten Herren haben nun eine große Anzahl von wäßrigen Lösungen starker Elektrolyte untersucht[1]). Die erhaltenen Kurvenbilder,

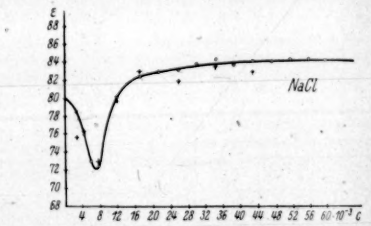


Fig. 1.

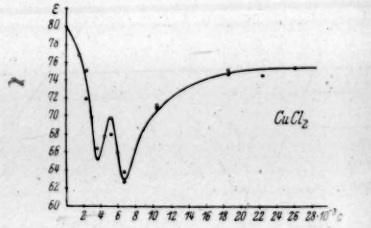


Fig. 2.

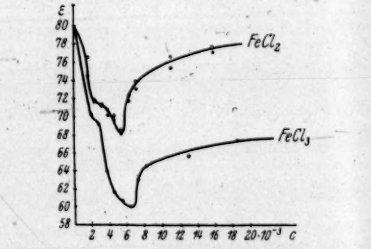


Fig. 3.

von denen die Figuren einige typische Beispiele bringen, weisen durchwegs das von mir und

1) R. Fürth, Zeitschr. f. Phys. **22**, 98, 1924. Ein in dieser Arbeit enthaltener Rechenfehler wurde später Zeitschr. f. Phys. **44**, 256, 1927 richtiggestellt.
2) R. Fürth, Phys. Zeitschr. **25**, 676, 1924.
3) R. Pechhold, Ann. d. Phys. **83**, 427, 1927.
4) Die ausführliche Arbeit erscheint demnächst in den Ann. d. Phys.

1) Vgl. Anm. 4 der linken Spalte.

Pechhold festgestellte Verhalten auf, jedoch mit dem Unterschiede, daß außer dem einen Minimum bei manchen Elektrolyten noch ein zweites Minimum oder ein mehr oder weniger deutlich ausgeprägter Wendepunkt in der Kurve auftritt. Für große Konzentrationen wachsen die DEK meist über die des reinen Wassers hinaus und scheinen sich gewissen Sättigungswerten zu nähern.

Zur Erklärung des typischen Kurvenverlaufes habe ich seinerzeit[1]) die folgende Deutung gegeben: Bei kleinen Konzentrationen, wo der Elektrolyt vollkommen dissoziiert ist, werden die Dipole des Wassers durch die elektrischen Felder um die Ionen teilweise gerichtet und angezogen. Dies bewirkt wie bekannt, einerseits, die Bindung des Wassers an die gelösten Ionen, die Hydratation, anderseits eine verminderte Einstellungsmöglichkeit der Wasserdipole im äußeren Felde, also eine Verkleinerung der DEK. Bei stärkeren Konzentrationen geht die Dissoziation zurück, es bilden sich Komplexe aus den Ionen verschiedenen Vorzeichens und den Wassermolekülen, die selbst wieder Dipole sind. Dies bewirkt, daß nach Erreichung einer genügend großen Konzentration die DEK wieder ansteigen muß. Das Auftreten mehrfacher Extrema beziehungsweise Wendepunkte kann nach dieser Annahme zwanglos durch die Bildung verschiedener derartiger Komplexe, z. B. $CuCl +$ Hydratwasser und $CuCl_2 +$ Hydratwasser gedeutet werden. Es scheint demnach, als ob man in der „dielektrischen Analyse" ein sehr empfindliches und bequemes Hilfsmittel zum Nachweis von solchen Komplexen in Elektrolytlösungen in der Hand hätte.

Unbefriedigend bleibt allerdings erstens der Umstand, daß die starken, von uns bei kleinen Konzentrationen gefundenen Erniedrigungen der DEK durch die bisherigen Theorien nicht erklärt werden können, die wesentlich kleinere Erniedrigungen voraussagen[2]). Zweitens scheinen die von verschiedenen Forschern nach verschiedenen Methoden mittels hochfrequenter Schwingungen zwischen 10^6 und $6 \cdot 10^8$ Per./Sec. untersuchten Elektrolytlösungen, soweit man sich aus den einander oft widersprechenden Resultaten überhaupt ein einheitliches Bild machen kann[3]), ebenfalls wesentlich kleinere Erniedrigungen bei großen Verdünnungen zu ergeben. Starke Erniedrigungen in der von uns gefundenen Größenordnung und Minimabildung bei 10 bis 50mal so großen Konzentrationen, wie bei uns, wurden von Hellmann und Zahn[1]) bei $3 \cdot 10^8$ Per./Sec. beobachtet.

Zu einer einheitlichen Darstellung unserer und der oben genannten Ergebnisse gelangt man durch die folgende, hiermit vorgeschlagene Formulierung: Der Kurvenverlauf ist stets im wesentlichen derselbe, doch verschieben sich die Minima mit wachsender Frequenz gegen höhere Konzentrationen, wodurch der anfängliche Abfall gleichzeitig mit wachsender Frequenz immer flacher wird. Auf eine mögliche Deutung dieser Erscheinung komme ich weiter unten zurück.

Nach der oben dargelegten Auffassung vom Zustandekommen des typischen Kurvenverlaufes muß das Minimum offenbar bei jener Konzentration auftreten, bei der die Wasserhüllen um die einzelnen Ionen einander gerade berühren. Eine weitere Erhöhung der Konzentration kann dann offenbar keine neuen, die DEK erniedrigenden Wasserhüllen mehr schaffen, vielmehr bloß zu einer Vereinigung benachbarter Ionen durch ihre Wasserhüllen, also zur Bildung neuer Dipole und daher zu einer Erhöhung der DEK führen. Aus der Konzentration des Minimums kann man demnach leicht berechnen, wieviele Wassermoleküle n im Mittel an eine Ionenelementarladung geknüpft sind. Die folgende Tabelle enthält die auf diese Weise aus den Beobachtungen von Pechhold, Slama und Milicka berechneten Zahlen für die untersuchten Elektrolyte in übersichtlicher Darstellung und gleichzeitig die Atomgewichte von Kation und Anion, das Molekulargewicht der Verbindung und schließlich die auf die Einheit des Molekulargewichtes entfallende Anzahl von Wassermolekülen m.

Aus der folgenden Tabelle ersieht man zunächst, daß die durch ein einwertiges Ion zusammengehaltenen Wasserhüllen aus $2 \cdot 10^3$ bis $2 \cdot 10^4$ Wassermolekülen bestehen. Es ist interessant, daß diese Zahlen der Größenordnung nach (10^4) einerseits mit denen der Moleküle in den Molekülschwärmen zusammenfallen, die nach Ornstein[2]) in den flüssigen Kristallen auftreten und deren charakteristische Eigenschaften bedingen, anderseits mit der Anzahl der Gitterbausteine in den „idealen Gitterblöcken" übereinstimmen, die nach Smekal[3]) die Realkristalle aufbauen. Die Abmessungen dieser Schwärme oder Blöcke fallen, wie bekannt, in die kolloiden Dimensionen.

Vergleicht man ferner Substanzen, die das

1) R. Fürth, Physik. Zeitschr. **25**, 676, 1924.
2) O. Blüh, Zeitschr. f. Phys. **25**, 220, 1924; E. Hückel, Zeitschr. f. Phys. **26**, 93, 1925; H. Sack, Physik. Zeitschr. **27**, 206, 1926; **28**, 199, 1927.
3) Eine Übersicht über diese Untersuchungen aus neuer Zeit und eine Diskussion ihrer Ergebnisse bringt die oben zitierte, demnächst erscheinende Arbeit von A. Slama und O. Milicka.

1) U. a. H. Zahn, Physik. Zeitschr. **28**, 916, 1927.
2) U. a. L. S. Ornstein, Ann. d. Phys. **74**, 445, 1924.
3) Vgl. z. B. die zusammenfassende Darstellung von A. Smekal im Handb. d. phys. u. techn. Mechanik (Auerbach und Hort) Bd. IV, 2. Hälfte.

Tabelle.

Substanz	Atomgewicht des Kations	Atomgewicht des Anions	Molgewicht d. Verbindung	$n \cdot 10^{-3}$	m
$LiCl$	7	35,5	42,5	4,2	197
$NaCl$	23	35,5	58,5	4,0	137
KCl	39	35,5	74,5	5,5	147
$NaCl$	23	35,5	58,5	4,0	137
$NaNO_3$	23	62	85	5,3	124
$NaBr$	23	80	103	8,4	162
NaJ	23	127	150	15 (MW[1])	200
$FeCl_2$	56	35,5	127	5,0	157
$CuCl_2$	63,5	35,5	134,5	5,8(MW)[1]	172
$BaCl_2$	137	35,5	208	9,2	177
$PbCl_2$	207	35,5	728	11,5	165
$BaCl_2$	137	35,5	208	9,2	177
$Ba(NO_3)_2$	137	62	261	18,5	282
$AlCl_3$	27	35,5	133,5	4,1	185
$FeCl_3$	56	35,5	162,5	4,3	158
HCl	1	35,5	36,5	5,0	275
HNO_3	1	62	63	11,5	365
H_3BO_3	1	59	62	1,9	183
H_3PO_4	1	95	98	4,6	282
$NaOH$	23	17	40	7,7	385
KOH	39	17	56	4,3	153
$FeCl_2$	56	35,5	127	5,0	157
$FeCl_3$	56	35,5	162,5	4,3	158
H_2SO_4	1	96	98	6,9	282
H_3PO_4	1	95	98	4,6	282
$NaOH$	23	17	40	7,7	385
$Ca(OH)_2$	40	17	74	6,9	373

gleiche Anion enthalten, so sieht man, daß n mit dem Atomgewicht (bzw. Radikalgewicht) des Kations regelmäßig ansteigt; ebenso steigt n bei Substanzen mit dem gleichen Kation regelmäßig mit dem Atomgewicht des Anions. Vergleicht man schließlich Substanzen, die aus den gleichen Ionen oder zumindest aus Ionen der gleichen Masse zusammengesetzt sind, so sieht man, daß n mit steigender Wertigkeit der Ionen regelmäßig abnimmt. Schließlich erweisen sich die Zahlen m als annähernd konstant (rund 200), besonders wenn man solche m vergleicht, die zu Verbindungen der letztbetrachteten Art gehören.

Der Grund dafür, warum nach den bisherigen Theorien die Anzahl der an den Ionen festgehaltenen Wassermoleküle viel kleiner herauskommt, als es nach unseren Versuchen den Anschein hat, liegt, wie mir scheint, darin, daß es nicht zulässig ist, die Wirkung der Ionen auf die Wasserdipole durch die Orientierungswirkung zu ersetzen, die ein kugelsymmetrisches Kraftfeld in einem homogenen Dielektrikum auf sie ausüben würde. Es dürfte vielmehr so sein, daß sich einzelne Wasserdipole an bestimmten Stellen der äußeren Elektronenhülle des Ions mit ihren positiven Enden ansetzen und daß sich an diese Dipole weitere Dipole kettenartig anreihen, ähnlich den Ketten aus Eisenteilchen, die man an den Polen eines Magneten anhängen kann, deren Endglieder in so großer Entfernung vom Magnetpol noch festgehalten werden, daß dort ohne Kettenbildung eine Beeinflussung durch den Magneten fast gar nicht mehr stattfinden würde. Auf diese Weise könnte man sich das Zustandekommen der großen Wasserhüllen plausibel machen.

Das oben erwähnte gesetzmäßige Ansteigen von n mit wachsendem Atomgewicht der Ionen erklärt sich nach dieser Hypothese sehr einfach, da mit wachsendem Atomgewicht auch die Elektronenwolken der Ionen elektronenreicher werden und daher die Anzahl der Anknüpfungspunkte für Wasserdipole zunimmt. Die Abnahme von n mit steigender Wertigkeit bedeutet einfach, daß sich cet. par. an ein doppelt geladenes Ion nicht doppelt so viele Dipole anhängen, als an ein einfach geladenes Ion, sondern weniger, deutet also ebenfalls darauf hin, daß für die Stärke der Anlagerung nicht so sehr die Überschußladung des Ions, sondern die Ladung seiner Elektronenwolke maßgebend ist. Im selben Sinne spricht die beobachtete annähernde Konstanz der Größe m.

Nach unserer Hypothese läßt sich schließlich auch leicht eine Erklärung für die vermutete Frequenzabhängigkeit der DEK geben. Unter der Wirkung eines Wechselfeldes von bestimmter Frequenz schwingen nämlich die Ionen in der Lösung mit derselben Frequenz hin und her. Mit Born[1]) hat man sich jedoch vorzustellen, daß die Wasserhülle des Ions nicht als Individuum mit dem Ion mitschwingt, sondern daß die Wassermoleküle in Ruhe bleiben und sich bloß jeweils nach der dem schwingenden Ion entsprechenden momentanen Feldstärke orientieren, so daß die Wasserhülle während ihrer Bewegung aus immer anderen und anderen Wassermolekülen besteht. Soll also ihre Größe und Konstitution durch die Schwingung nicht geändert werden, dann muß diese so langsam erfolgen, daß die „Einstellzeit" der Dipole gegenüber der Schwingungsdauer klein ist.

Es erscheint durchaus plausibel, daß die Einstellzeit für unser „Kettenmodell" sehr viel größer ist, als die Relaxationszeit für den einzelnen Wasserdipol, die die Größenordnung 10^{-10} Sec hat und auf die nach Debye[2]) die

1) Mittelwert, berechnet aus den zwei beobachteten Minimis.

1) M. Born, Zeitschr. f. Phys. **1**, 221, 1920.
2) P. Debye. Ber. d. deutsch. phys. Ges. **15**, 777, 1913.

anomale Dispersion der Dipolflüssigkeiten im Gebiet der elektrischen Wellen von der Größenordnung eines Zentimeters zurückzuführen ist. Man könnte daher annehmen, daß bei Frequenzen von der Größenordnung von etwa 10^6 Per./Sec. die erwähnten Ketten sich nicht mehr ausbilden können, bzw. beim Einschalten des Feldes „abbrechen" und daher die Wasserhüllen der Ionen auf jene Größe reduziert werden, die aus den bisherigen Theorien folgen. Daraus folgt aber sofort, daß erstens bei diesen Frequenzen der anfängliche Abfall der DEK sehr viel kleiner werden muß, als bei Niederfrequenz und daß zweitens die gegenseitige Berührung der Wasserhüllen, also das Minimum der DEK-Kurve erst bei viel größeren Konzentrationen eintreten wird, entsprechend dem oben formulierten Sachverhalt[1]).

1) Der von Debye und Falkenhagen, Phys. Zeitschr. **29**, 121 u. 401, 1928 vorausgesagte Dispersionseffekt der DEK hat mit dem hier behandelten nichts zu tun und ist vermutlich von ganz anderer Größenordnung.

Karl Scharf (Dresden), Der Faraday-Effekt in Flüssigkeitsgemischen. (Die ausführliche Arbeit erscheint demnächst in den Ann. d. Phys.)

Die mit einem Lippichschen Halbschattenpolarimeter vorgenommenen Messungen der magnetischen Drehung der Polarisationsebene in assoziierenden Flüssigkeitsgemischen ergeben für die Drehung für *Na*-Licht in Abhängigkeit von der Volumkonzentration merkliche Abweichungen von der Additivität bei den Gemischen Äthylalkohol-Wasser und Azeton-Wasser, während sie für die Gemische Äthylalkohol-Benzol, Nitrobenzol-Äthylalkohol und Nitrobenzol-Benzol nur gering waren. Die Magnetorotation bei Gemischen muß zunächst, wie es auch aus der von O. Schönrock angegebenen Mischungsregel folgt, dieselbe Abhängigkeit von der Volumkonzentration zeigen, wie das spezifische Gewicht, entsprechend einer beim Mischen auftretenden Volumkontraktion oder Dilatation. Berücksichtigt man diesen Einfluß des spezifischen Gewichtes, so bleiben für die gemessenen Drehungen noch Abweichungen von der Additivität bestehen, die beim System Äthylalkohol-Wasser, wie die Auswertung der von D. J. Stephens und E. I. Evans an diesem Gemisch im Ultravioletten vorgenommenen Messungen zeigt, mit abnehmender Wellenlänge stark zunehmen. Die beobachteten Abweichungen werden daher durch die Veränderung der Dispersionskonstanten der einzelnen Komponenten infolge der Wechselwirkung der Moleküle gedeutet, wie es durch die von G. Scheibe, K. L. Wolf u. a. gemessenen Verschiebungen der Absorptionsmaxima in organischen Lösungen in Abhängigkeit vom Lösungsmittel und Konzentration nahegelegt wird. Inwieweit die geringen Abweichungen bei den anderen Gemischen auf die eben erwähnten Einflüsse zurückzuführen sind, werden erst Dispersionsmessungen im ultravioletten Gebiet entscheiden können.

Adolf Smekal (Halle a. d. S.), Festigkeit bewässerter Salzkristalle.

1. Die statische Theorie der Festigkeitszunahme beim Bewässerungsversuch.

Die hohe Plastizität des bewässerten Steinsalzes bei Zimmertemperatur wurde 1867 von dem Markscheider Engelhardt in Solvayhall entdeckt[1]). In neuerer Zeit hat Joffé gezeigt, daß auch die Zerreißfestigkeit von belastet abgelösten Steinsalzkristallen sich ungewöhnlich verhält und viel größere Werte erreichen kann als beim Trockenversuch[2]). Man hat daher sogleich vermutet, daß beide Erscheinungen miteinander zusammenhängen und die Festigkeitszunahme als Verfestigung infolge plastischer Verformung aufzufassen ist[3]). Nach Joffé dagegen sollte es sich um eine selbständige, prinzipiell neuartige Erscheinung handeln. Er nahm an, daß die Kristalle in ihrem Inneren idealen Gitterbau besitzen und bei vollkommener Oberfläche die hohe, aus den Gitterkräften berechnete Idealgitterfestigkeit (20000—40000 kg/qcm) zeigen würden; die tatsächliche, etwa 1000 mal kleinere Zerreißfestigkeit sollte mit dem Bestehen festigkeitsmindernder Oberflächenrisse zusammenhängen; eine Beseitigung dieser durch Ablösung der Oberflächenschicht würde daher eine Bestimmung der idealen Gitterfestigkeit ermöglichen. Über systematische Versuchsergebnisse findet sich bei Joffé keinerlei Bericht; seine Angaben beschränken sich auf die Daten weniger Einzelversuche. Die Kristalle wurden bei konstanter Zugbelastung bis zum Moment des Zerreißens abgelöst und die Zerreißfestigkeit als Quotient von Belastung und Endquerschnitt berechnet. Hierbei soll in einem Falle als „Endfestigkeit" 16000 kg/qcm aufgetreten sein, was nahezu mit dem theoretischen Idealgitterwert zusammenfiele.

Leider ist anzunehmen, daß der wirkliche Sachverhalt hier durch irgendwelche Versuchsfehler entstellt ist. Die sehr zahlreichen, sowohl von anderer Seite als auch von uns angestellten

1) Vgl. K. Kleinhanns, Physik. Zeitschr. **15**, 363, 1914.

2) A. Joffé, M. W. Kirpitschewa und M. A. Lewitzky, Zeitschr. f. Phys. **22**, 286, 1924; A. Joffé, Physik. Zeitschr. **28**, 911, 1927.

3) W. Ewald und M. Polanyi, Zeitschr. f. Phys. **28**, 29, 1924; **31**, 746, 1925.

Kontrollversuche haben weder an dem von Joffé benutzten Bachmuter Salz, noch an Material beliebiger anderer Herkunft ähnlich hohe „Endfestigkeiten" geliefert. Doch ist eine reelle Zunahme der Endfestigkeit beim Bewässerungsversuch zweifellos vorhanden und kann eine Verfestigung bis zum 30fachen des Trockenwertes (s. Tabelle IV) zur Folge haben.

2. Eindringen des Lösungsmittels in das Kristallinnere.

Nach Joffé wäre der Festigkeitsanstieg rein statischer Natur, nach Polanyi ein dynamischer Verfestigungseffekt, beidemal durch eine rein oberflächliche Wasserwirkung bedingt. Eine reine Oberflächenwirkung der Ablösung vermag indes, energetisch betrachtet, keine Erklärung für die hohe Plastizität des bewässerten Salzes abzugeben. Wir haben daher gefolgert, daß der anzunehmende Verfestigungseffekt durch das Eindringen von Lösungsmittel in das Kristallinnere ermöglicht wird[1]), zumal ein nichtidealer Bau des Kristallinneren längst sichergestellt worden war[2]).

Gemeinsam mit F. Quittner angestellte Leitfähigkeitsmessungen haben dieser Erwartung recht gegeben[3]). Tabelle I zeigt zunächst das spezifische elektrische Dauerleitvermögen einiger natürlicher und Schmelzflußkristalle bei 90° C nach vorangegangener elektrolytischer Reinigung im unbewässerten Zustande. Die Kristalle wurden hierauf einige Minuten in destilliertem Wasser abgelöst und mehrere Tage lang bei Zimmertemperatur getrocknet bis zur Abwesenheit meßbarer Oberflächenleitfähigkeit. Die nächste Spalte der Tabelle zeigt das nunmehr bei 90° C vorhandene spezifische Dauerleitvermögen. Die Leitvermögen haben durchwegs erheblich zugenommen, insbesondere bei den schlechtleitenden natürlichen Kristallen; im Gegensatz zum Ausgangszustand ist außerdem der elektrische Zustand instabil geworden, so daß eine neuerliche elektrolytische Reinigung möglich ist — beides Effekte, die ohne Zwischenschaltung der Bewässerung nicht auftreten. Die Leitvermögen nehmen durch die elektrolytische Reinigung wieder etwas ab, ihre in der letzten Spalte verzeichneten Endwerte bleiben aber, von einer Ausnahme abgesehen, auch dann noch merklich größer als die Ausgangswerte.

Die Bewässerung verändert demnach das Kristallinnere für Zeiten von der Größenordnung einiger Tage zumindest vorübergehend. Eine analoge, wenn auch rascher abklingende Beeinflussung der Festigkeitseigenschaften ist schon früher verschiedentlich gefunden worden[4]), erlaubt aber naturgemäß keine unmittelbare Unterscheidung zwischen Oberflächen- und Volumenwirkung. Erst eine Bestimmung der Ritzhärte von Spaltstücken unbelastet abgelöster Kristalle hat die Veränderung des Kristallinneren auch für mechanische Nachweismittel selbständig belegt[5]).

3. Frühere Bewässerungsversuche.

Zugversuche mit unbelastet abgelösten Steinsalzstäbchen wurden namentlich von Schmid und Vaupel angestellt; sie fanden erhebliche plastische Verformung durch Dodekaedertranslation und Verfestigungen von ähnlichem Ausmaß wie bei belastet abgelösten Stäbchen im Joffé'schen Bewässerungsversuch. Die diesbezüglich miteinander vergleichbaren Daten wurden aus den umfangreichen Zahlentafeln von Schmid und Vaupel zusammengestellt und sind in Tabelle II wiedergegeben. Es scheint danach, daß Steinsalz unbelastet abgelöst und im getrockneten Zustande geprüft, das unvorbehandelte Salz im

Tabelle I.

Einfluß der Bewässerung im unbelasteten Zustande auf das spezifische Ionenleitvermögen (in $\Omega^{-1} \cdot cm^{-1}$) von Steinsalzkristallen bei 90° C.

Herkunft der Kristalle	Nummer des Versuchs	Vor der Bewässerung	Sofort nach der Trocknung	Nach Trocknung und elektrolytischer Reinigung
Wieliczka	17	$5{,}7 \cdot 10^{-16}$	$3{,}0 \cdot 10^{-14}$	$5{,}8 \cdot 10^{-15}$
	7	$5{,}0 \cdot 10^{-15}$	$1{,}98 \cdot 10^{-14}$	$1{,}0 \cdot 10^{-14}$
	9	$1{,}15 \cdot 10^{-14}$	$3{,}35 \cdot 10^{-14}$	$1{,}42 \cdot 10^{-14}$
Schmelzfluß	V	$1{,}20 \cdot 10^{-13}$	$1{,}73 \cdot 10^{-13}$	$1{,}21 \cdot 10^{-13}$
	VI	$1{,}65 \cdot 10^{-13}$	$2{,}80 \cdot 10^{-13}$	$2{,}42 \cdot 10^{-13}$

1) A. Smekal, Naturwiss. **16**, 743, 1045, 1928.

2) H. Siedentopf, Physik. Zeitschr. **6**, 855, 1905; A. Smekal, Physik. Zeitschr. **26**, 707, 1925; **27**, 837, 1926. Vgl. ferner den Dresdner Gauvereinsvortrag von E. Rexer.

3) Vorläufige Mitteilung: F. Quittner und A. Smekal, Zeitschr. f. phys. Chem. B **3**, 162, 1929.

4) H. Müller, Physik. Zeitschr. **25**, 223, 1924; R. Gross, Zeitschr. f. Metallk. **16**, 344, 1924; W. Ewald und M. Polanyi, a. a. O.; A. Joffé und M. A. Lewitzky, Zeitschr. f. Phys. **34**, 576, 1925; E. Schmid und O. Vaupel, Zeitschr. f. Phys. **56**, 308, 1929.

5) E. Schmid und O. Vaupel, Zeitschr. f. Phys. **62**, 311, 1930.

Tabelle II.

Zugfestigkeit zylindrisch abgedrehter Steinsalzstäbchen parallel zur Würfelkante bei Zimmertemperatur.

Unbelastet abgelöste, getrocknete Stäbchen, Trockenversuche				Unvorbehandelte Stäbchen, Bewässerungsversuche				
Anfangsquerschnitt in qmm	Querschnitt nach Ablösung und Trocknung in qmm	Zerreißspannung in g/qmm	Plastische Dehnung in Proz.	Trockenquerschnitt in qmm	Last in g	Endquerschnitt in qmm	Zerreißspannung in g/qmm	Plastische Dehnung in Proz.
7,1	4,80	> 570	> 1,4	19,6[1])	2000	0,92	2180	10,3
19,6	3,08	2200	10,0	19,6[1])	2000	0,58	3430	11,4
19,6	1,52	2820	10,9	7,1	1500	0,51	2970	7,8
19,6	1,04	2460	7,1	19,6[1])	1000	0,30	3390	5,1
19,6	0,52	3150	4,1	19,6[1])	600	0,14	4350	3,8
19,6	0,31	4140	7,4	7,1	500	0,19	2660	3,2

Bewässerungsversuch völlig zu ersetzen vermag.

Die Zerreißspannungen zeigen keinen sicheren Gang mit der Größe der Reißquerschnitte; eine genauere Prüfung des von Schmid und Vaupel mitgeteilten Versuchsmaterials spricht dafür, daß die Endfestigkeit bis zu recht kleinen Reißquerschnitten herab sich nicht wesentlich ändert und erst für noch kleinere Reißquerschnitte etwas ansteigt[2]). Die plastischen „Dehnungen" steigen im allgemeinen mit zunehmender Belastung an, sind jedoch keineswegs dort am größten, wo die größten Zugfestigkeiten gefunden sind. Schmid und Vaupel meinen, daß letzteres gegen eine Erklärung der Festigkeitszunahmen durch Reißverfestigung spricht, haben im übrigen aber auch ihrerseits vermutet, daß ein Eindringen des Lösungsmittels in den Kristall stattfindet.

Wir möchten glauben, daß die Unregelmäßigkeit der Dehnungswerte ebenso wie jene der Zerreißfestigkeiten eine trivialere Aufklärung finden kann. Einesteils ist bei festgehaltenen Versuchsbedingungen für Kristallstäbchen gleicher Herkunft meist nur ein einziger Versuch angestellt; wo dennoch zwei solche Versuche berichtet sind, geben sie, wie bei dem Beispiel in der rechten Seite der Tabelle II mit der Anfangslast 2000 g, durchaus voneinander abweichende Zahlenwerte, was zur Genüge belegt, daß hier noch kein ausreichend reproduzierbares Zahlenmaterial vorliegt. Zum anderen behalten die Stäbchen ihre Zylinderform während der Ablösung nicht bei, sondern werden in der Höhe des Wasserspiegels am meisten abgelöst, von wo aus ihr Querschnitt gegen die Stäbchenfassungen hin verschieden stark ansteigt. Die plastische Dehnung ist auf die Umgebung dieser engsten Stelle beschränkt; sie hängt von der Unsymmetrie der Sanduhrform des abgelösten Stäbchens ab und damit von der jeweiligen Stärke der Ablösung. Da diese von der gewählten Anfangsbelastung weitgehend unabhängig bleibt, ist außerdem stets auch die Belastungsgeschwindigkeit der verjüngten Stäbchenquerschnitte von Versuch zu Versuch veränderlich. Die plastische Verlängerung pro Längeneinheit muß somit von den Versuchsumständen und den Zufälligkeiten der Ablösung in bezug auf die wirksame Gleitebenenrichtung in hohem Maße abhängig sein. Es ist leicht zu zeigen, daß der in der Tabelle II verzeichnete Anstieg der plastischen Dehnungen mit der Belastung im wesentlichen allein durch die Ablösungsfigur der Stäbchen hervorgerufen wird. Eine Beseitigung dieser Übelstände wäre nur bei streng zylindrisch abgelösten Stäbchen möglich, mit denen bei uns wegen ihrer zeitraubenden Herstellung bisher nur wenige Versuche (Dehnungen bis zu 25 Proz.) angestellt sind. Die weiter unten berichteten eigenen Versuche beschränken sich daher zunächst auf das bisherige Ablösungsverfahren, doch sind an Stelle der hierbei nicht genügend definierten „Dehnungen" die plastischen Verlängerungen der Stäbchen angeführt.

1) Aus dem gleichen Kristallstück „*O*" entnommen.

2) Man darf hierbei nur solche Versuchsergebnisse miteinander vergleichen, die an Material gleicher Herkunft und bei übereinstimmenden Ablösungsbedingungen erhalten sind, wogegen Schmid und Vaupel die sehr zahlreichen von ihnen erhaltenen Daten sämtlich als vergleichbar betrachtet haben. Vgl. auch U. Heine, Zeitschr. f. Phys. 1931.

4. Festigkeitszunahme und Reißverfestigung.

Die Leitfähigkeits- und Festigkeitseigenschaften unbelastet abgelöster und hierauf getrockneter Kristalle zeigen jedenfalls, daß der bewässerte, bzw. bewässert gewesene Steinsalzkristall ein andersartiges System darstellt, als der unbewässerte Kristall; die Eigenschaften des einen können nicht ohne weiteres mit jenen des anderen in Verbindung gebracht werden. Da der unbelastet abgelöste Kristall plastische Verformung zeigt und Verformung stets mit Verfestigung (bzw. Entfestigung) einhergeht, ist seine Zerreißfestigkeit unter allen Umständen als eine durch

Tabelle III.

Zugversuche an bewässerten Würfelspaltstäbchen von „Kaliforschungs"-Salz Nr. 7 senkrecht zur Würfelebene bei Zimmertemperatur. Trocken-Streckgrenze $S = 250$ g/qmm ($\pm$ 2 Proz.), Trocken-Zerreißfestigkeit $Z = 300$ g/qmm ($\pm$ 2,5 Proz.).

Anzahl der gemittelten Versuche	Querschnitt in qmm		Last in g	Endfestigkeit in g/qmm
	Anfang	Ende (Reißfläche)		
6	71 — 57	0,0137 $\pm$ 10 Proz.	90	6605 $\pm$ 630 } 6866 $\pm$ 540
9	22 — 3	0,0104 $\pm$ 6,6 Proz.	72	6930 $\pm$ 460 }
3	1,34 — 1,25	0,00767 $\pm$ 2 Proz.	72	9400 $\pm$ 180

Reißverfestigung (bzw. Entfestigung) beeinflußte Kohäsionsziffer anzusprechen. Die in Tabelle II ausgedrückte Übereinstimmung berechtigt daher zu der Erwartung, daß das Ansteigen der Zugfestigkeit belastet abgelöster Steinsalzkristalle gleichfalls als alleiniges Ergebnis einer Reißverfestigung aufzufassen ist. Um hierüber direkten Aufschluß zu erhalten, haben wir das Verhalten von Steinsalzkristallen verschiedenster Herkunft im Bewässerungsversuch bei Zimmertemperatur unter möglichst gleichartigen und vorteilhaften Versuchsbedingungen geprüft und die Gewinnung eines möglichst scharf reproduzierbaren Zahlenmaterials angestrebt.

5. Eigene Bewässerungsversuche.

Bei den von Herrn Heine durchgeführten Versuchen an Würfelspaltstäbchen wurde die Anfangsbelastung in den meisten Fällen festgehalten; die vom Wasser benetzte Länge des Kristalls sowie sein Ausgangsquerschnitt erwiesen sich praktisch als einflußlos. Die Stäbchen wurden zentriert in Fassungen gekittet, die untere Fassung am Boden des Bewässerungsgefäßes frei drehbar eingehängt; die obere Fassung hing gleichfalls drehbar am Arm eines Hebels, der die Belastung übertrug und zugleich eine entsprechend vergrößernde Ablesung der plastischen Längenzunahmen ermöglichte. Im Augenblick des Zerreißens hob sich das obere Zerreißstück automatisch aus dem Lösungsmittel und wurde mittels Alkohol oder Äther sogleich getrocknet und der Flächeninhalt der Reißebene (Würfelfläche) mikroskopisch ausgemessen. Die untere Stäbchenhälfte mußte verworfen werden, da eine Konservierung des Reißquerschnittes durch möglichst rasche Trocknung hier nicht genügend sicher möglich war; die Endquerschnitte der unteren Stäbchenhälften konnten bis zur Trocknung auf ein Zehntel der tatsächlichen Reißquerschnitte absinken und dadurch irreale Extremwerte der Zerreißspannungen von der bei Joffé behaupteten Größenordnung vortäuschen[1]).

1) Näheres siehe U. Heine, Zeitschr. f. Phys. 1931.

Die Belastung der Stäbchen wurde in allen Fällen so niedrig gewählt (72, bzw. 90 g[1]), daß die Spannung zu Versuchsbeginn sicher unterhalb der Streckgrenze S im Trockenversuch lag, die für die untersuchten Salze in Zimmertemperatur bei uns schon früher ermittelt worden war[2]). Die Reißquerschnitte der meisten Salze ergaben sich hierbei zufällig gerade in der Größenordnung (0,01 qmm), bei welcher nach Joffé die Idealgitterfestigkeit als Endfestigkeit hätte auftreten müssen. Die bei Kristallstäbchen gleicher Herkunft unter identischen Versuchsbedingungen erhaltenen Reißquerschnitte zeigten stets eine Häufungsstelle bei ihren Kleinstwerten, so daß größere Zahlen auch statistisch erkennbar waren als Ergebnisse an unregelmäßig gestörtem und darum vorzeitig gerissenem Kristallmaterial. Die Mittelwerte der statistisch miteinander vergleichbaren Ergebnisse zeigen eine sehr bemerkenswerte Genauigkeit, wie am Beispiel des „Kaliforschungs"-Salzes Nr. 7 in Tabelle III zu sehen ist. Die Herstellung sehr dünner Stäbchen ist schwierig und kann daher mit einer unbewußten Auswahl des vollkommensten Materials gleichbedeutend sein; ob dies für die sehr scharf reproduzierbaren Reißquerschnitte der dünnsten Stäbchen verantwortlich zu machen ist oder ob hier ein reeller Einfluß der Größe des Ausgangsquerschnittes vorliegt, blieb unentschieden.

1) Die kleinste von Schmid und Vaupel erprobte Last betrug 175 g.

2) Vgl. A. Smekal, Physik. Zeitschr. 31, 229. 1930; F. Blank, Zeitschr. f. Phys. **61**, 727. 1930, woher auch die Bezeichnung des Kristallmaterials übernommen ist. — „Bei allzu großen Anfangsspannungen wird der Kristall „trocken" vorverformt, wodurch eine Beeinträchtigung der Ausbreitung der Wasserwirkung resultiert, die auch bei einer größeren Anzahl der Versuche von Schmid und Vaupel unverkennbar ist. Dies liefert für die von Schmid und Vaupel nicht ermittelte Trockenstreckgrenze ihrer Stäbchen einen Wert von $\sim$ 216 g/qmm, was mit den von ihnen bei einigen Bewässerungsversuchen ermittelten Streckgrenzen 195, 218, 225, 225, 226 g/qmm so ausgezeichnet übereinstimmt, daß eine Herabsetzung der Streckgrenze durch die Wasserwirkung kaum vorhanden sein dürfte, wie sie von diesen Forschern vermutet wird.

Tabelle IV.

Zugversuche an bewässerten Würfelspaltstäbchen von Steinsalz verschiedener Herkunft senkrecht zur Würfelebene bei Zimmertemperatur und konstanter Belastung 72 g.

Nr.	Herkunft	Kohäsion im Trockenversuch in g/qmm			Kohäsion im Bewässerungsversuch			
					Ausgangsquerschnitte kleiner als 2 qmm		größer als 2 qmm	
		S	Z	$\frac{Z-S}{S}$	Endfestigkeit in g/qmm	Plastische Verlängerung in mm	Endfestigkeit in g/qmm	Plastische Verlängerung in mm
7	Kaliforschung	230	300	0,2	9400	0,82	6920	0,36
8	Schmelzfluß	270	340	0,27	8580	0,42	6100	0,35
8 I	Heilbronn	—	450	—	—	—	6000	0,40
8 I	Heilbronn getempert	—	—	—	—	—	6150	0,41
11	Bachmut	500	580	0,16	—	—	6210	0,24
12	Vienenburg	~ 1720	1720	0,0	5720	0,09	—	—
12 A	Vienenburg	—	~ 700	—	2390	0,0	2460	0,02

6. Einfluß der Beschaffenheit des Kristallmaterials.

Ähnliche Versuche mit einer konstanten Belastung von 72 g wurden an verschiedenen Steinsalzarten natürlicher Entstehung, sowie an künstlich aus dem Schmelzflusse gezogenem $NaCl$ („S") und KCl angestellt. Die Ergebnisse sind qualitativ von der gleichen Art, quantitativ zeigen sich jedoch weit außerhalb der Fehlergrenzen liegende systematische Verschiedenheiten. Tabelle IV gibt eine Übersicht über die an Steinsalz gefundenen Resultate; das von Joffé benutzte Versuchsmaterial stammt vom gleichen Fundort Bachmut wie die hier geprüfte Kristallart Nr. 11.

Die im Bewässerungsversuch erzielten Endfestigkeiten sind demnach ebenso wie die Trockenfestigkeiten im allgemeinen von der besonderen Beschaffenheit des Kristallmaterials abhängig; eine Konvergenz gegen einen in allen Fällen gemeinsamen, extrem hohen Endfestigkeitswert, wie ihn die statische Theorie Joffés erwarten müßte, besteht nicht. Der bei den dünneren Stäbchen erhaltene völlig regelmäßige Anstieg der plastischen Längenzunahmen mit den Endfestigkeiten entspricht vielmehr durchaus dem gewohnten Bild der Reißverfestigung. Plastische Verlängerung und Endfestigkeit sind desto kleiner, je größer die Orientierungsstörungen des Ausgangsmaterials durch Vorverformung (Nr. 7, 8, 11, 12), Zerklüftung (Nr. 12 A?) oder spezifische Verunreinigungen (Nr. 8, 12), wofür die jeweilige Größe der Trockenfestigkeit Z, der Trocken-Streckgrenze S, sowie die Abhängigkeit dieser Größen von einer zusätzlichen Temperung genügende Anhaltspunkte liefern. Leider ist die Größe der plastischen Verlängerung im Trockenversuch noch unbekannt; um ein vorläufiges Maß für sie zu gewinnen, ist der Quotient $\frac{Z-S}{S}$ in der Tabelle IV mitverzeichnet. Man sieht, daß diese Maße der plastischen Trockendehnungen im gleichen Sinne ansteigen wie die viel größeren plastischen Dehnungen beim Bewässerungsversuch.

Als Ergebnis der vorliegenden Versuche an Steinsalzarten verschiedenster Herkunft kann demnach festgehalten werden: Der Reißquerschnitt von Würfelspaltstäbchen des Steinsalzes im Bewässerungsversuch bei Zimmertemperatur ist von der Beschaffenheit des Kristallmaterials und der benutzten Belastung abhängig, bei kleineren Ausgangsquerschnitten (< 2 qmm) möglicherweise auch vom Anfangsquerschnitt. Durch das Eindringen des Lösungsmittels in das Kristallinnere wird die Verformungsfähigkeit erheblich gesteigert und damit auch die Verfestigungsfähigkeit. Der bewässerte Kristall bei Zimmertemperatur nähert sich diesbezüglich dem Verhalten unbewässerter Kristalle bei hohen Temperaturen ($> 200°$ C), wo bisher Reißverfestigungen bis zu rund 5000 g/qmm bekannt geworden sind. Die im Bewässerungsversuch gefundenen Reißverfestigungen sind dementsprechend von ähnlicher Größe wie sonstige normale Reißverfestigungen an anderen Stoffen, ja sie können von diesen noch übertroffen werden[1]).

7. Einfluß der Dehnungsrichtung.

Die vorstehenden Ergebnisse beziehen sich ausschließlich auf eine Dehnungsrichtung senk-

1) Nach Tabelle IV ist für das Salz Nr. 7 eine maximale Reißverfestigung auf den 31fachen Betrag seiner Trockenfestigkeit erzielt worden, seine Schubverfestigung beträgt sogar das 38fache. G. Sachs und J. Weerts, Zeitschr. f. Phys. **62**, 374, 1930, fanden an *Cu* eine Schubverfestigung auf das 70fache, an *Ag* sogar auf das 90fache.

recht zur Würfelspaltebene. Die Annahme einer statischen Zunahme der Zerreißfestigkeit beim Bewässerungsversuch konnte nur unter der Voraussetzung entstehen, daß das unbewässerte Steinsalz beim Zugversuch in Zimmertemperatur bis zur Zerreißgrenze ideal spröde bleibt (Joffé). Durch den experimentellen Nachweis, daß dies für keine der zahlreichen daraufhin geprüften Steinsalzarten zutrifft[1]), ist auch der Ausgangspunkt der statischen Theorie hinfällig geworden. Die normale homogene Verformung des Steinsalzes bei Zimmertemperatur erfolgt durch Gleitung längs Rhombendodekaederebenen[1]). Eine Ausschaltung dieses Verformungsmechanismus ist, wie bereits Schmid und Vaupel in Verbindung mit ihren Bewässerungsversuchen betont haben, bei Geltung des Schmidschen Schubspannungsgesetzes nur in dem einzigen Falle denkbar, daß die Normale zu einer Oktaederebene als Zugrichtung gewählt wird[2]). Eine Rettung der statischen Theorie würde also möglich sein, wenn senkrecht zur Oktaederebene geschnittene Steinsalzstäbchen bei Dehnung in ihrer Längsrichtung weder im trockenen Zustande, noch beim Bewässerungsversuch plastische Verlängerungen aufweisen. Die beiden von Schmid und Vaupel mikroskopisch aufgenommenen Dehnungskurven solcher Stäbchen zeigten nur geringfügige Verlängerungen, die gegenüber den viel größeren Würfelstäbchendehnungen allenfalls mit Orientierungsfehlern der Stäbchenachsen zusammenhängen konnten. Wir haben daher die vorhin beschriebenen Bewässerungsversuche mit einer Belastung von 72 g für eine bestimmte Steinsalzart (Nr. 8 I von Heilbronn) außer an Würfelspaltstäbchen (vgl. Tabelle IV) auch noch an Stäbchen mit quadratischem Querschnitt angestellt, die parallel zur Dodekaeder- bzw. zur Oktaedernormale aus dem gleichen größeren Kristallstück herausgesägt worden waren.

Herr Sperling hat sich bei diesen Versuchen außerdem einer Spiegelanordnung bedient, die eine 622fache, bzw. 4680fache Vergrößerung der plastischen Verlängerungen erlaubt und eine photographische Registrierung der Dehnungskurven ermöglichte. Die Wanderung des Lichtzeigers betrug bei den Oktaederstäbchen bereits im Falle der geringeren Vergrößerung zwischen 9 und 13 mm, bei den Dodekaederstäbchen etwa eineinhalbmal soviel, bei den Würfelstäbchen bis zum 40fachen[1]). An der Realität einer plastischen Dehnung beim Bewässerungsversuch kann demnach weder für die Oktaederrichtung, noch für die bisher ungeprüft gebliebene Dodekaederrichtung fürderhin ein Zweifel bestehen bleiben. Dies ist damit gleichbedeutend, daß bewässertes Steinsalz für jede beliebige Zugrichtung sich plastisch verhält, womit auch der letzte denkbare Ausweg für die statische Theorie abgeschnitten ist.

Wie oben bereits bemerkt, ist plastische Dehnung parallel zur Oktaedernormale bei Geltung des Schmidschen Schubspannungsgesetzes in Verbindung mit der gewöhnlichen Dodekaedertranslation unmöglich, so daß hier ein andersartiger Verformungsmechanismus wirksam sein dürfte. Wenn man an den Würfelflächendiagonalen [110], d. h. den dichtest besetzten Gittergeraden des Steinsalzgitters mit gleichartigen Bausteinen, als Translationsrichtungen festhält, so kommen in dem Ebenenbüschel durch [110] neben den Dodekaederebenen (110) noch die dicht besetzten Würfelebenen (100) und Oktaederebenen (111) als Gleitebenen in Betracht. Die Würfelebenen können am trockenen Salz bei Zimmertemperatur und geeigneter inhomogener Beanspruchung nach Buerger tatsächlich als Translationsebenen auftreten[2]), dasselbe gilt in höherer Temperatur (> 100° C) nach Tammann und Salge für die Oktaederebenen[3]). Man darf somit annehmen, daß beide Gleitebenen auch bei homogener Verformung und im Trockenversuch betätigt werden, sobald die Konkurrenz der viel wirksameren Dodekaedertranslation vermieden wird. Die oben gemachte Feststellung, daß sich bewässertes Steinsalz bezüglich der Dodekaedertranslation ähnlich verhält wie trockenes Salz bei höheren Temperaturen, bleibt demnach sicherlich auch auf die Verformung von Oktaederstäbchen anwendbar.

Die beschriebenen Versuche bedeuten eine endgültige Zerstörung der Illusion, daß es im Sinne der statischen Theorie durch Ablösung belasteter Steinsalzkristalle möglich sein würde, eine Realisierung der idealen Gitterfestigkeit (Joffé) zu bewerkstelligen. Sie klären dafür einen neuen Angriffspunkt an dem nicht minder wichtigen Problem des Mechanismus der plastischen Deformierbarkeit, nämlich eine Möglichkeit, den Verformungsmechanismus gewissermaßen vom Kristallinneren aus zu beeinflussen.

1) A. Smekal, Physik. Zeitschr. **31**, 229, 1930; F. Blank, Zeitschr. f. Phys. **61**, 727, 1930.

2) In meinem Bericht hierüber im Handbuch der Mechanik von Auerbach-Hort, Bd. IV, 2 (A. Smekal, Kohäsion der Festkörper, S. 85) ist dafür irrtümlicherweise leider die Dodekaederebene genannt.

1) Näheres siehe G. Sperling, Zeitschr. f. Phys. 1931.

2) M. J. Buerger, Amer. Min. **15**, 1, 226, 1930.

3) G. Tammann und W. Salge, N. Jahrb. f. Min. **57**, 117, 1928; ferner M. J. Buerger, a. a. O., S. 183/84.

Halle (Saale), Institut für theoretische Physik.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. P. Debye in Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.